

В. Д. Кревчик, А. В. Разумов, П. С. Будянский

**ОСОБЕННОСТИ ФОТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА,
СВЯЗАННОГО С ВОЗБУЖДЕНИЕМ ПРИМЕСНЫХ
КОМПЛЕКСОВ $A^+ + e$ В КВАЗИНУЛЬМЕРНЫХ
СТРУКТУРАХ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОГО ПОЛЕ**

Аннотация.

Актуальность и цели. Интерес к фотодиэлектрическому эффекту (ФДЭ) обусловлен тем, что он может быть использован как эффективный механизм воздействия ИК-излучения на распространение субмиллиметровых волн в квазиульмерных структурах и как метод регистрации ИК-излучения. Во внешнем магнитном поле появляются новые возможности для управления ФДЭ, что важно для ряда приложений в полупроводниковой наноэлектронике. Цель работы заключается в теоретическом исследовании влияния внешнего магнитного поля на ФДЭ, связанный с возбуждением примесных комплексов $A^+ + e$ в квазиульмерных структурах.

Материалы и методы. Кривые спектральной зависимости относительного изменения диэлектрической проницаемости (ОИДП), а также зависимости ОИДП от величины внешнего магнитного поля построены для квазиульмерной структуры, состоящей из InSb квантовых точек. Расчет энергии связи дырки в примесном комплексе $A^+ + e$ выполнен в модели потенциала нулевого радиуса в адиабатическом приближении. ОИДП рассчитано в дипольном приближении с учетом дисперсии радиуса КТ.

Результаты. Выявлен дихроизм ФДЭ, связанный как с нарушением центральной симметрии основного состояния электронного адиабатического потенциала, так и с наличием внешнего магнитного поля. Показано, что внешнее магнитное поле подавляет ФДЭ, что связано с усилением локализации электронной волновой функции в магнитном поле, а также с модификацией электронного адиабатического потенциала. Найдено, что порог ФДЭ в магнитном поле сдвигается в коротковолновую область спектра, при этом в случае поперечной относительно направления внешнего магнитного поля поляризации света пики в спектральной зависимости ФДЭ расщепляются в дублеты Зеемана.

Выводы. В магнитном поле возможно эффективное управление ФДЭ за счет модификации электронного адиабатического потенциала и электронной волновой функции.

Ключевые слова: фотодиэлектрический эффект, магнитное поле, квантовая точка, адиабатическое приближение, примесный комплекс, относительная диэлектрическая проницаемость, эффект Зеемана, электронный адиабатический потенциал, квазиульмерная структура.

V. D. Krevchik, A. V. Razumov, P. S. Budyanskiy

**FEATURES OF THE PHOTODIELECTRIC EFFECT,
ASSOCIATED WITH $A^+ + e$ EXTRINSIC COMPLEX
EXCITATION IN QUASIZERO-DIMENSIONAL
STRUCTURES IN AN EXTERNAL MAGNETIC FIELD**

Abstract.

Background. Scientific interest to the photodielectric effect (PDE) is caused by a possibility of its usage as an efficient mechanism of infrared emission influence on propagation of submillimeter waves in quasizero-dimensional structures and as a method of infrared emission registration. In external magnetic fields there occur new opportunities for PDE management, which is important for a number of applications in semiconductor nanoelectronics. The aim of the work is to theoretically re-search the influence of an external magnetic field on PDE, associated with $A^+ + e$ extrinsic complex excitation in quasizero-dimensional structures.

Materials and methods. Curves of spectral dependence of relative change of dielectric permittivity (RCDP), as well as ECDP dependence on the external magnetic field value were generated for a quasizero-dimensional structure, consisting of InSb quantum dots (QD). Calculation of hole binding energy in $A^+ + e$ extrinsic complex was performed in a model of zero radius potential in adiabatic approximation. RCDP was calculated in dipole approximation, taking into account QD radius dispersion.

Results. The authors have revealed PDE dichroism, caused by a breakdown of central symmetry of the general state of electronic adiabatic potential, as well as by external magnetic field's presence. The article shows that the external magnetic field suppresses PDE, which is caused by intensification of electronic wave function localization in the magnetic field, as well as by modification of the electronic adiabatic potential. It has been found that PDE in a magnetic field shifts to the short-wave spectral region. In case of light polarization being transversal to the direction of external magnetic field, the peaks in spectral dependence of PSE split to Zeeman doublets.

Conclusions. Efficient PDE management is possible in a magnetic field due to modification of an electronic adiabatic potential and an electronic wave function.

Key words: photodielectric effect, magnetic field, quantum dot, adiabatic approximation, extrinsic complex, relative dielectric permittivity, Zeeman effect, electronic adiabatic potential, quasizero-dimensional structure.

Введение

В настоящей работе проанализирована возможность регистрации возбужденных состояний примесных комплексов $A^+ + e$ по их вкладу в диэлектрическую проницаемость полупроводниковой квазиульмерной структуры при внутризонных оптических переходах электронов во внешнем магнитном поле. Ранее [1] нами было показано, что, поскольку эффективный радиус возбужденных состояний примесного комплекса $A^+ + e$ в квантовой точке (КТ) значительно превышает эффективный радиус основного состояния, то за счет роста поляризуемости может иметь место заметное изменение диэлектрической проницаемости полупроводниковой квазиульмерной структуры – фотодиэлектрический эффект (ФДЭ). Во внешнем магнитном поле появляются новые возможности для управления ФДЭ, что важно для приложений в полупроводниковой наноэлектронике: управляемое воздействие на процесс распространения субмиллиметровых волн в наноструктурах; детекторы ИК-излучения с управляемыми параметрами; метод спектроскопических исследований примесей в полупроводниковых наноструктурах.

Цель настоящей работы заключается в теоретическом исследовании влияния внешнего магнитного поля на ФДЭ, связанный с возбуждением примесных комплексов $A^+ + e$ в квазиульмерных структурах, представляющих

собой прозрачную диэлектрическую матрицу с синтезированными в ней полупроводниковыми КТ.

Расчет энергии связи комплекса $A^+ + e$ в полупроводниковой квантовой точке в условиях фотовозбуждения во внешнем магнитном поле

Процесс фотовозбуждения примесного комплекса $A^+ + e$ связан с оптическими переходами электрона из основного состояния КТ в возбужденные состояния размерно-квантованной зоны проводимости во внешнем магнитном поле. Учет кулоновского взаимодействия между электроном и дыркой, локализованной на A^0 -центре, приводит к тому, что в результате электронных переходов будет изменяться энергия связанного состояния дырки вследствие изменения электронного адиабатического потенциала, который при фиксированном радиусе КТ зависит только от начального и конечного состояний электрона.

Взаимодействие электрона, находящегося в основном состоянии КТ с дыркой, локализованной на A^0 -центре, будем рассматривать в рамках адиабатического приближения. В этом случае электронный потенциал $V_{n,l,m}(\vec{r})$, действующий на дырку, можно считать усредненным по движению электрона [2]:

$$V_{n,l,m}(\vec{r}) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_0^{R_0} \frac{|\Psi_{n,l,m}(\vec{r}_e)|^2}{|\vec{r} - \vec{r}_e|} d\vec{r}_e, \quad (1)$$

где e – заряд электрона; ϵ – диэлектрическая проницаемость материала КТ; ϵ_0 – электрическая постоянная; $\Psi_{n,l,m}(\vec{r}_e)$ – волновая функция электрона в КТ; n – радиальное квантовое число электрона; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – магнитное квантовое число; $l = 0, 1, 2, \dots$ – орбитальное квантовое число.

В первом порядке теории возмущений для основного состояния электрона ($m = 0, l = 0$) потенциал (1) может быть записан в виде [3]:

$$V_{n,0,0}(\rho) = -\frac{e^2\beta_n}{4\pi\epsilon_0\epsilon R_0} + \frac{m_h^*}{2} \left(\omega_n^2 + \frac{\omega_B^2}{2} \right) \rho^2 + \frac{m_h^* z^2}{2} \omega_n^2, \quad (2)$$

где

$$\beta_n = \gamma_0 - Ci(2\pi n) + \ln(2\pi n);$$

$$\hbar\omega_n = \left[\left(2\hbar^2\pi^2 n^2 e^2 \right) / \left(3m_h^* R_0^3 4\pi\epsilon_0\epsilon \right) \right]^{1/2};$$

ρ, φ, z – цилиндрические координаты; $\gamma_0 = 1,781$ – постоянная Эйлера; $Ci(x)$ – интегральный косинус; m_h^* – эффективная масса дырки; $\omega_B = |e|B / m_e^*$ – циклотронная частота.

Энергия связи дырки в комплексе $A^+ + e$ в КТ в магнитном поле определяется решением следующего трансцендентного уравнения [3]:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\eta_{\lambda h}^2 - \beta_0 \beta_h^{-1} + (2\beta_h)^{-1} + w \beta_h^{-1}} = \\ & = \eta_i - \sqrt{\frac{2}{\pi \beta_h}} \int_0^{+\infty} dt \exp \left[- \left(\beta_h \eta_{\lambda h}^2 - \beta_0 + w + \frac{1}{2} \right) t \right] \times \\ & \times \left\{ \frac{1}{2t \sqrt{2t}} - w (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} (1 - \exp(-2wt))^{-1} \exp \left[- \frac{z_a^{*2}}{2\beta_h} \operatorname{ctg} \left(\frac{t}{2} \right) \right] \right\} \times \\ & \times \exp \left[- \frac{w \rho_a^{*2}}{2\beta_h (1 - \exp(-2wt))} (1 + \exp(-2wt) - 2 \exp(-wt) \operatorname{ch}(\beta_h a^{*-2} t)) \right], \quad (3) \end{aligned}$$

где $\eta_{\lambda h}^2 = |E_{\lambda h}|/E_h$; $E_{\lambda h}$ – энергия связи дырки, отсчитываемая от дна электронного адиабатического потенциала; E_h – эффективная боровская энергия дырки; $\beta_0 = \beta_n e^2 / 4\pi \epsilon_0 \epsilon R_0^* a_h E_h$; $R_0^* = R_0 / a_h$; $\beta_h = E_h / \hbar \omega_n$; $w = \sqrt{1 + \beta_h^2 a^{*-4} / 2}$; $a^* = a_B / a_h$; $a_B = \sqrt{\hbar / (m_e^* \omega_B)}$ – магнитная длина; $\eta_i^2 = |E_i|/E_h$; E_i – энергия связанного состояния дырки, локализованной на таком же A^+ -центре в объемном полупроводнике; $z_a^* = z_a / a_h$; $\rho_a^* = \rho_a / a_h$; a_h – эффективный боровский радиус дырки.

Найдем явный вид потенциала $V_{n,l,m}(\vec{r}_h)$, определяемого формулой (1) в случае, когда электрон находится в возбужденном состоянии КТ.

Выражение (1) можно представить в виде

$$\begin{aligned} V_{n,l,m}(\vec{r}_h) = & - \frac{e^2}{\epsilon} \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \left(\int_0^{r_h} \frac{|\Psi_{n,l,m}(r_e, \theta, \varphi)|^2 r_e^2 dr_e}{\sqrt{r_h^2 + r_e^2 - 2r_h r_e \cos \theta}} + \right. \\ & \left. + \int_{r_h}^{R_0} \frac{|\Psi_{n,l,m}(r_e, \theta, \varphi)|^2 r_e^2 dr_e}{\sqrt{r_h^2 + r_e^2 - 2r_h r_e \cos \theta}} \right). \quad (4) \end{aligned}$$

В условиях внешнего магнитного поля возможны дипольные оптические переходы из s -состояния в p -состояние с обычными правилами отбора для магнитного квантового числа: в направлении поля $m = 0$ и в поперечном направлении $m = \pm 1$.

Рассмотрим случай, когда $\vec{e}_\lambda \uparrow \uparrow \vec{B}$ (\vec{e}_λ – единичный вектор поляризации света). В этом случае $m = 0$ и для сферических функций имеем

$$Y_{1,0}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2}{4\pi}} \cos \theta. \quad (5)$$

Учитывая выражение для производящей функции полиномов Лежандра [4]:

$$\frac{1}{\sqrt{r_h^2 + r_e^2 - 2r_h r_e \cos \theta}} = \begin{cases} \sum_{l=0}^{n-1} \frac{r_h^l}{r_e^{l+1}} P_l(\cos \theta), & \text{если } r_h < r_e, \\ \sum_{l=0}^{n-1} \frac{r_e^l}{r_h^{l+1}} P_l(\cos \theta), & \text{если } r_h > r_e, \end{cases} \quad (6)$$

для интеграла по переменной θ имеем

$$\int_0^\pi \sin \theta \cos^2 \theta P_l(\cos \theta) d\theta = \frac{2(l+l^2-2)\sin(\pi l)}{\pi l(l+1)(l+l^2-6)}. \quad (7)$$

С учетом (7) суммы в (6) запишутся в виде

$$\sum_{l=0}^{n-1} \frac{r_h^l}{r_e^{l+1}} \times \frac{2(l+l^2-2)\sin(\pi l)}{\pi l(l+1)(l+l^2-6)} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{r_e} + \frac{2}{5} \times \frac{r_h^2}{r_e^3} \right), \quad (8)$$

$$\sum_{l=0}^{n-1} \frac{r_e^l}{r_h^{l+1}} \times \frac{2(l+l^2-2)\sin(\pi l)}{\pi l(l+1)(l+l^2-6)} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{r_h} + \frac{2}{5} \times \frac{r_e^2}{r_h^3} \right), \quad (9)$$

тогда для интегралов по r_e^* имеем

$$\int_0^{r_h^*} \left(\frac{1}{r_h} + \frac{2}{5} \times \frac{r_e^2}{r_h^3} \right) J_{\frac{3}{2}}^2 \left(\frac{\tilde{X}_{n,1}}{R_0^*} r_e^* \right) dr_e^* = \frac{r_h^{*3} \tilde{X}_{n,1}^3}{15 \times 2^5 \Gamma^2 \left(\frac{5}{2} \right) R_0^{*3}} \times \left\{ 15 {}_2F_3 \left(2, 2; \frac{5}{2}, 3, 4; -\frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} r_h^{*2} \right) + 4 {}_2F_3 \left(2, 3; \frac{5}{2}, 4, 4; -\frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} r_h^{*2} \right) \right\} \quad (10)$$

и

$$\int_{r_h}^{R_0^*} \left(\frac{1}{r_e} + \frac{2}{5} \times \frac{r_h^2}{r_e^3} \right) J_{\frac{3}{2}}^2 \left(\frac{\tilde{X}_{n,1}}{R_0^*} r_e^* \right) dr_e^* = \frac{\tilde{X}_{n,1}^3}{3^3 5 R_0^{*2} \Gamma^2 \left(\frac{3}{2} \right)} \times \left\{ 3 r_h^{*2} {}_2F_3 \left(\frac{1}{2}, 2; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 4; -\tilde{X}_{n,1}^2 \right) - 3 \frac{r_h^{*3}}{R_0^*} {}_2F_3 \left(\frac{1}{2}, 2; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 4; -r_h^{*2} \frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} \right) + \frac{5}{2} R_0^{*2} {}_2F_3 \left(\frac{3}{2}, 2; \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, 4; -\tilde{X}_{n,1}^2 \right) - \frac{5}{2} \frac{r_h^{*3}}{R_0^*} {}_2F_3 \left(\frac{3}{2}, 2; \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, 4; -r_h^{*2} \frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} \right) \right\}, \quad (11)$$

где $\tilde{X}_{n,1}$ – корень функции Бесселя полуцелого порядка $3/2$;
 ${}_pF_q(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; x)$ – обобщенная гипергеометрическая функция [4].

Выражение для потенциала $V_{n,1,0}(\bar{r}_h)$ (4), учитывая (7), (10) и (11), за-
 пишется в виде

$$\begin{aligned}
 V_{n,1,0}(\bar{r}_h) = & -\frac{e^2}{\varepsilon} \frac{\tilde{X}_{n,1}^3}{3 \times 5 R_0^{*2}} \left\{ r_h^{*3} 2^{-5} R_0^{*-1} \Gamma^{-2} \left(\frac{5}{2} \right) \left[15 {}_2F_3 \left(2, 2; \frac{5}{2}, 3, 4; -\frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} r_h^{*2} \right) + \right. \right. \\
 & + 4 {}_2F_3 \left(2, 3; \frac{5}{2}, 4, 4; -\frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} r_h^{*2} \right) \left. \right] + 3^{-2} \Gamma^{-2} \left(\frac{3}{2} \right) \left[3 r_h^{*2} {}_2F_3 \left(\frac{1}{2}, 2; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 4; -\tilde{X}_{n,1}^2 \right) - \right. \\
 & - 3 \frac{r_h^{*3}}{R_0^{*2}} {}_2F_3 \left(\frac{1}{2}, 2; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 4; -r_h^{*2} \frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} \right) + \frac{5}{2} R_0^{*2} {}_2F_3 \left(\frac{3}{2}, 2; \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, 4; -\tilde{X}_{n,1}^2 \right) - \\
 & \left. \left. - \frac{5}{2} \frac{r_h^{*3}}{R_0^{*2}} {}_2F_3 \left(\frac{3}{2}, 2; \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, 4; -r_h^{*2} \frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} \right) \right] \right\}. \quad (12)
 \end{aligned}$$

Рассмотрим случай, когда $\bar{e}_\lambda \perp \bar{B} : m = \pm 1$, и для сферических функций
 имеем

$$Y_{1,\pm 1}(\theta, \varphi) = \pm \sqrt{\frac{3}{8\pi}} e^{\pm i\varphi} \sin \theta. \quad (13)$$

С учетом (6) для интеграла по θ получим

$$\int_0^\pi \sin \theta \sin^2 \theta P_l(\cos \theta) d\theta = -\frac{8 \sin(\pi l)}{\pi l(l+1)(l+l^2-6)}. \quad (14)$$

Суммы в (6) запишутся в виде

$$\sum_{l=0}^{n-1} \frac{r_h^l}{r_e^{l+1}} \times \frac{8 \sin(\pi l)}{\pi l(l+1)(6-l-l^2)} = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{r_e} - \frac{2}{5} \times \frac{r_h^2}{r_e^3} \right), \quad (15)$$

$$\sum_{l=0}^{n-1} \frac{r_e^l}{r_h^{l+1}} \times \frac{8 \sin(\pi l)}{\pi l(l+1)(6-l-l^2)} = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{r_h} - \frac{2}{5} \times \frac{r_e^2}{r_h^3} \right). \quad (16)$$

Интегрирование по r_e^* дает

$$\int_0^{r_h^*} \left(\frac{1}{r_h} - \frac{2}{5} \times \frac{r_e^2}{r_h^3} \right) J_{\frac{3}{2}}^2 \left(\frac{\tilde{X}_{n,1}}{R_0^*} r_e^* \right) dr_e^* = \frac{r_h^{*3} \tilde{X}_{n,1}^3}{15 \times 2^5 \Gamma^2 \left(\frac{5}{2} \right) R_0^{*3}} \times$$

$$\times \left\{ 15 {}_2F_3 \left(2, 2; \frac{5}{2}, 3, 4; -\frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} r_h^{*2} \right) - 4 {}_2F_3 \left(2, 3; \frac{5}{2}, 4, 4; -\frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} r_h^{*2} \right) \right\} \quad (17)$$

и

$$\int_{r_h}^{R_0^*} \left(\frac{1}{r_e} - \frac{2}{5} \times \frac{r_h^2}{r_e^3} \right) J_{\frac{3}{2}}^2 \left(\frac{\tilde{X}_{n,1}}{R_0^*} r_e^* \right) dr_e^* = \frac{\tilde{X}_{n,1}^3}{3^3 5 R_0^{*2} \Gamma^2 \left(\frac{3}{2} \right)} \times$$

$$\times \left\{ -3 r_h^{*2} {}_2F_3 \left(\frac{1}{2}, 2; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 4; -\tilde{X}_{n,1}^2 \right) + 3 \frac{r_h^{*3}}{R_0^*} {}_2F_3 \left(\frac{1}{2}, 2; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 4; -r_h^{*2} \frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{5}{2} R_0^{*2} {}_2F_3 \left(\frac{3}{2}, 2; \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, 4; -\tilde{X}_{n,1}^2 \right) + \frac{5}{2} \frac{r_h^{*3}}{R_0^*} {}_2F_3 \left(\frac{3}{2}, 2; \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, 4; -r_h^{*2} \frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} \right) \right\}. \quad (18)$$

Выражение для потенциала $V_{n,1,\pm 1}(\bar{r}_h)$ в (4), учитывая (14), (17) и (18), можно представить в виде

$$V_{n,1,\pm 1}(\bar{r}_h) = -\frac{e^2}{\varepsilon} \frac{\tilde{X}_{n,1}^3}{5 \times 2^2 R_0^{*2}} \left\{ r_h^{*3} 2^{-5} R_0^{*-1} \Gamma^{-2} \left(\frac{5}{2} \right) \left[15 {}_2F_3 \left(2, 2; \frac{5}{2}, 3, 4; -\frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} r_h^{*2} \right) - \right. \right.$$

$$\left. - 4 {}_2F_3 \left(2, 3; \frac{5}{2}, 4, 4; -\frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} r_h^{*2} \right) \right] + 3^{-2} \Gamma^{-2} \left(\frac{3}{2} \right) \left[-3 r_h^{*2} {}_2F_3 \left(\frac{1}{2}, 2; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 4; -\tilde{X}_{n,1}^2 \right) + \right.$$

$$\left. + 3 \frac{r_h^{*3}}{R_0^*} {}_2F_3 \left(\frac{1}{2}, 2; \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, 4; -r_h^{*2} \frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} \right) - \frac{5}{2} R_0^{*2} {}_2F_3 \left(\frac{3}{2}, 2; \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, 4; -\tilde{X}_{n,1}^2 \right) + \right.$$

$$\left. \left. + \frac{5}{2} \frac{r_h^{*3}}{R_0^*} {}_2F_3 \left(\frac{3}{2}, 2; \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, 4; -r_h^{*2} \frac{\tilde{X}_{n,1}^2}{R_0^{*2}} \right) \right] \right\}. \quad (19)$$

Используя разложение в ряд Тейлора вблизи $r_{h \min}$ и ограничившись квадратичным членом, получим

$$V_{n,1,0}(r_h) = -\frac{e^2}{\varepsilon R_0} \beta_{n,0} - \frac{m_h^*}{2} \left(\omega_{n,0}^2 + \frac{\omega_B^2}{2} \right) \rho^2 + \frac{m_h^* z^2}{2} \omega_{n,0}^2, \quad (20)$$

$$V_{n,1,\pm 1}(r_h) = -\frac{e^2}{\varepsilon R_0} \beta_{n,\pm 1} - \frac{m_h^*}{2} \left(\omega_{n,\pm 1}^2 + \frac{\omega_B^2}{2} \right) \rho^2 + \frac{m_h^* z^2}{2} \omega_{n,\pm 1}^2, \quad (21)$$

где величины $\beta_{n,0}$, $\beta_{n,\pm 1}$, $\omega_{n,0}$ и $\omega_{n,\pm 1}$ определяются следующим образом:

$$\beta_{n,0} = \frac{X_{n,1}}{30R_0^2 r_{h\min}^3 \left(3X_{n,1} \cos(X_{n,1}) + (X_{n,1}^2 - 3) \sin(X_{n,1}) \right)^2} \times$$

$$\times \left[6r_{h\min}^5 X_{n,1}^3 - 3r_{h\min}^5 X_{n,1} - 15r_{h\min}^3 X_{n,1} R_0^2 + 40r_{h\min}^3 X_{n,1}^3 R_0^2 + \right.$$

$$\left. + 3r_{h\min}^5 X_{n,1} \cos(2X_{n,1}) + 15r_{h\min}^3 X_{n,1} R_0^2 \cos(2X_{n,1}) + \right.$$

$$\left. + 30r_{h\min} X_{n,1} R_0^4 \cos\left(\frac{2r_{h\min} X_{n,1}}{R_0}\right) - 30r_{h\min}^3 X_{n,1}^3 R_0^2 Ci(2X_{n,1}) + \right.$$

$$\left. + 30r_{h\min}^3 X_{n,1}^3 R_0^2 Ci\left(\frac{2r_{h\min} X_{n,1}}{R_0}\right) - 30r_{h\min}^3 X_{n,1}^3 R_0^2 \ln\left(\frac{r_{h\min}}{R_0}\right) + \right.$$

$$\left. + 6r_{h\min}^5 X_{n,1}^2 \sin(2X_{n,1}) + 30r_{h\min}^3 X_{n,1}^2 R_0^2 \sin(2X_{n,1}) - \right.$$

$$\left. - 15r_{h\min}^2 X_{n,1}^2 R_0^3 \sin\left(\frac{2r_{h\min} X_{n,1}}{R_0}\right) - 15R_0^5 \sin\left(\frac{2r_{h\min} X_{n,1}}{R_0}\right) \right], \quad (22)$$

$$\beta_{n,\pm 1} = \frac{X_{n,1}^2}{2 \left(3X_{n,1} \cos(X_{n,1}) + (X_{n,1}^2 - 3) \sin(X_{n,1}) \right)^2} \left[\cos(2X_{n,1}) - 1 + 2\gamma_0 X_{n,1}^2 - \right.$$

$$\left. - 2X_{n,1}^2 - 2X_{n,1}^2 Ci(2X_{n,1}) + 2X_{n,1}^2 \ln(2X_{n,1}) + 2X_{n,1} \sin(2X_{n,1}) \right], \quad (23)$$

$$\hbar\omega_{n,0} = \left[\frac{\hbar^2 e^2 X_{n,1}}{m_h 5r_{h\min}^5 R_0^3 \varepsilon \left(3X_{n,1} \cos(X_{n,1}) + (X_{n,1}^3 - 3) \sin(X_{n,1}) \right)^2} \times \right.$$

$$\times \left(r_{h\min}^5 X_{n,1} + 2r_{h\min}^5 X_{n,1}^3 - 5r_{h\min}^3 X_{n,1}^3 R_0^2 - r_{h\min}^5 X_{n,1} \cos(2X_{n,1}) + \right.$$

$$\left. + 15r_{h\min} X_{n,1} R_0^2 \left(r_{h\min}^2 X_{n,1}^2 - 4R_0^2 \right) \cos\left(\frac{2r_{h\min} X_{n,1}}{R_0}\right) - 2r_{h\min}^5 X_{n,1}^2 \sin(2X_{n,1}) - \right.$$

$$\left. - 45r_{h\min}^2 X_{n,1}^2 R_0^3 \sin\left(\frac{2r_{h\min} X_{n,1}}{R_0}\right) + 30R_0^5 \sin\left(\frac{2r_{h\min} X_{n,1}}{R_0}\right) \right]^{1/2}, \quad (24)$$

$$\hbar\omega_{n,\pm 1} = \left[\frac{\hbar^2 e^2 X_{n,1}^2 \left(2X_{n,1}^4 - 1 - 2X_{n,1}^2 + \cos(2X_{n,1}) + 2X_{n,1} \sin(2X_{n,1}) \right)}{m_h 10R_0^3 \varepsilon \left(3X_{n,1} \cos(X_{n,1}) + (X_{n,1}^3 - 3) \sin(X_{n,1}) \right)^2} \right]^{1/2}. \quad (25)$$

В результате энергия связи дырки в комплексе $A^+ + e$ в случае, когда электрон находится в возбужденном состоянии КТ с учетом (20) и (21), будет определяться решением следующего трансцендентного уравнения:

$$\begin{aligned} & \sqrt{\eta_{\lambda h(1,2)}^2 - \beta_{(1,2)} \beta_{h(1,2)}^{-1} + (2\beta_{h(1,2)})^{-1} + w_{(1,2)} \beta_{h(1,2)}} = \\ & = \eta_i - \sqrt{\frac{2}{\pi \beta_{h(1,2)}}} \int_0^{+\infty} dt \exp \left[- \left(\beta_{h(1,2)} \eta_{\lambda h(1,2)}^2 - \beta_{(1,2)} + w_{(1,2)} + \frac{1}{2} \right) t \right] \times \\ & \times \left[\frac{1}{2t\sqrt{2t}} - w_{(1,2)} (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} (1 - \exp(-2w_{(1,2)}t))^{-1} \exp \left[-\frac{z_a^{*2}}{2\beta_{h(1,2)}} \operatorname{ctg} \left(\frac{t}{2} \right) \right] \right] \times \\ & \times \exp \left[-\frac{w_{(1,2)} \rho_a^{*2}}{2\beta_{h(1,2)}} \times \frac{1 + \exp(-2w_{(1,2)}t) - 2 \exp(-w_{(1,2)}t) \operatorname{ch}(\beta_{h(1,2)} a^{*-2}t)}{1 - \exp(-2w_{(1,2)}t)} \right], \quad (26) \end{aligned}$$

где

$$\eta_{\lambda h1}^2 = |E_{\lambda h1}|/E_h; \quad \eta_{\lambda h2}^2 = |E_{\lambda h2}|/E_h; \quad \beta_1 = \beta_{n,0} e^2/4\pi\epsilon_0\epsilon R_0^* a_h E_h;$$

$$\beta_2 = \beta_{n,\pm 1} e^2/4\pi\epsilon_0\epsilon R_0^* a_h E_h; \quad \beta_{h1} = E_h/\hbar\omega_{n,0}; \quad \beta_{h2} = E_h/\hbar\omega_{n,\pm 1};$$

$$w_1 = \sqrt{1 + \beta_{h1}^2 a^{*-4}/2}; \quad w_2 = \sqrt{1 + \beta_{h2}^2 a^{*-4}/2}.$$

Волновая функция дырки, локализованной на A^+ -центре, для случая возбужденного состояния комплекса $A^+ + e$ запишется в виде

$$\begin{aligned} \Psi_{h(1,2)}(\rho, \varphi, z) &= C_{(1,2)} \exp \left(-\frac{w_{(1,2)} \rho^2 + z^2}{4\beta_{h(1,2)} a_h^2} \right) \times \\ & \times \int_0^{+\infty} dt \exp \left[- \left(\beta_{h(1,2)} \eta_{\lambda h(1,2)}^2 - \beta_{(1,2)} + w_{(1,2)} + \frac{1}{2} \right) t \right] \times \\ & \times (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} (1 - \exp[-2w_{(1,2)}t])^{-1} \times \\ & \times \exp \left\{ -\frac{z^2 \exp[-2t]}{2\beta_{h(1,2)} a_h^2 (1 - \exp[-2t])} \right\} \exp \left[-\frac{w_{(1,2)} \rho^2 \exp[-2w_{(1,2)}t]}{4\beta_{h(1,2)} a_h^2 (1 - \exp[-2w_{(1,2)}t])} \right], \quad (27) \end{aligned}$$

где $C_{(1,2)}$ – нормировочный множитель, определяемый выражением вида

$$C_{(1,2)} = \left[-2^{-\frac{1}{2}} \pi^{-\frac{3}{2}} a_h^3 \frac{\beta_{h(1,2)}^{\frac{3}{2}} w_{(1,2)} \Gamma\left(\frac{1}{2} - w_{(1,2)}\right)}{\left(\frac{\beta_{h(1,2)} \eta_{\lambda h(1,2)}^2 + w_{(1,2)}}{2} + \frac{1}{4}\right)^2} \right] \times$$

$$\frac{\Gamma\left(\frac{\beta_{h(1,2)} \eta_{\lambda h(1,2)}^2 + w_{(1,2)}}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{\beta_{h(1,2)} \eta_{\lambda h(1,2)}^2 - w_{(1,2)}}{2} + \frac{3}{4}\right)} \left[\left(\frac{\beta_{h(1,2)} \eta_{\lambda h(1,2)}^2 + w_{(1,2)}}{2} + \frac{1}{4}\right) \right] \times$$

$$\times \left[\left[\Psi\left(\frac{\beta_{h(1,2)} \eta_{\lambda h(1,2)}^2 + w_{(1,2)}}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\beta_{h(1,2)} \eta_{\lambda h(1,2)}^2 - w_{(1,2)}}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (28)$$

Полученные соотношения (26) и (27) будут использованы в следующем разделе для расчета коэффициента поглощения света при фотовозбуждении примесных комплексов $A^+ + e$ в квазиульмерной структуре.

Расчет коэффициента поглощения света комплексами $A^+ + e$ в квазиульмерной структуре в случае продольной по отношению к направлению магнитного поля поляризации

Рассмотрим процесс фотовозбуждения комплексов $A^+ + e$ в КТ, синтезированных в прозрачной диэлектрической матрице в магнитном поле, в случае, когда $\vec{e}_\lambda \uparrow \uparrow \vec{B}$. Будем считать, что A^+ -центр локализован в точке $\vec{R}_a = (0, 0, 0)$. Энергетический спектр электрона в магнитном поле во втором порядке теории возмущений будет определяться выражением вида

$$E = E^{(0)} + V_{n,l,m;n,l,m} + \sum_{n'l'm'} \frac{R_0^{*2} |V_{n,l,m;n',l',m'}|^2}{\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2}, \quad (29)$$

здесь $E^{(0)} = \tilde{X}_{n,l}^2 E_h / R_0^{*2}$ – нулевое приближение к энергии электрона в размерно-квантованной зоне; $V_{n,l,m;n',l',m'}$ – матричный элемент оператора возмущения:

$$V_{n,l,m;n'l'm'} = \sum_{n'=0}^{\infty} \left\{ \frac{\hbar \omega_B m}{4\pi (\tilde{X}_{n,l}^2 - \tilde{X}_{n',l}^2)} J_{l+\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n,l}) J_{l+\frac{3}{2}}(\tilde{X}_{n',l}) \right\} \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left[R_0^* \tilde{X}_{n',l} J_{l+\frac{1}{2}} \left(R_0^* \tilde{X}_{n',l} \right) J_{l+\frac{3}{2}} \left(R_0^* \tilde{X}_{n,l} \right) - R_0^* \tilde{X}_{n,l} J_{l+\frac{1}{2}} \left(R_0^* \tilde{X}_{n,l} \right) J_{l+\frac{3}{2}} \left(R_0^* \tilde{X}_{n',l} \right) \right] + \\
 & + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k m_h^* \omega_B^2 R_0^* \left(\tilde{X}_{n,l}^{l+\frac{3}{2}} \right)^{2k+1}}{k! \Gamma \left(l+k+\frac{5}{2} \right) 2^{l+4+2k}} \times \\
 & \times \left[\sqrt{\frac{(l-m+4)(l-m+3)(l-m+2)(l-m+1)}{(2l+1)(2l-1)^2(2l-3)}} \times \right. \\
 & \times \frac{F \left(-k, -l-k-\frac{3}{2}, l+\frac{5}{2}, \frac{\tilde{X}_{n',l-2}^2}{\tilde{X}_{n,l}^2} \right)}{(2l+2k+2) \Gamma \left(l+\frac{1}{2} \right)} - \frac{2F \left(-k, -l-k-\frac{3}{2}, l+\frac{5}{2}, \frac{\tilde{X}_{n',l}^2}{\tilde{X}_{n,l}^2} \right)}{(2l+3)(2l-1)(2l+2k+4)} \times \\
 & \times \sqrt{(l-m)(l-m-1)(l+m+2)(l+m+1)} + \frac{F \left(-k, -l-k-\frac{3}{2}, l+\frac{5}{2}, \frac{\tilde{X}_{n',l+2}^2}{\tilde{X}_{n,l}^2} \right)}{2l+2k+6} \times \\
 & \left. \times \sqrt{\frac{(l+m+4)(l+m+3)(l+m+2)(l+m+1)}{(2l+5)(2l+3)^2(2l+1)}} \right]. \tag{30}
 \end{aligned}$$

Эффективный гамильтониан взаимодействия $\hat{H}_{intB}^{(s)}$ с полем световой волны в случае, когда $\vec{e}_\lambda \uparrow \uparrow \vec{B}$ запишется как

$$\hat{H}_{intB}^{(s)} = -i \hbar \lambda_0 \sqrt{\frac{2\pi \hbar^2 \alpha^*}{m^* \omega}} I_0 \exp(i \vec{q}_s \vec{r}) (\vec{e}_{\lambda_s} \nabla_{\vec{r}}), \tag{31}$$

где λ_0 – коэффициент локального поля; α^* – постоянная тонкой структуры с учетом статической относительной диэлектрической проницаемости ϵ ; I_0 – интенсивность света с частотой ω , волновым вектором \vec{q}_s и единичным вектором поляризации \vec{e}_{λ_s} ; $\nabla_{\vec{r}}$ – оператор Гамильтона.

Матричный элемент $M_{f,\lambda}^{(s)}$, определяющий величину силы осциллятора дипольных оптических переходов электрона и дырки из основного состояния $\Phi_{in}(\vec{r}_e, \vec{r}_h)$ примесного комплекса в возбужденные состояния $\Phi_{out}(\vec{r}_e, \vec{r}_h)$ КТ запишутся как

$$\begin{aligned}
 M_{f,\lambda}^{(s)} &= i\sqrt{\frac{2\pi\alpha^* I_0}{\omega}} (E_{n,1,0} - E_{1,0,0} - (E_{\lambda h1} - E_{\lambda h})) \times \\
 &\quad \times \langle \Phi_{out}^{(s)}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) | (\vec{e}_{\lambda s}, \vec{r}_e) | \Phi_{in}^{(s)}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) \rangle = \\
 &= i\sqrt{\frac{2\pi\alpha^* I_0}{\omega}} (E_{n,1,0} - E_{1,0,0} - (E_{\lambda h1} - E_{\lambda h})) \times \\
 &\quad \times \langle \Psi_{h1}(\vec{r}_h) | \Psi_{h0}(\vec{r}_h) \rangle \langle \Psi_{n,l,m}(\vec{r}_e) | (\vec{e}_{\lambda s}, \vec{r}_e) | \Psi_{1,0,0}(\vec{r}_e) \rangle. \quad (32)
 \end{aligned}$$

Интегралы в (32) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 &\int_0^{R_0^*} \exp\left[-\left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\beta_h(1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\beta_{h1}(1 - \exp(-2t'))}\right) \frac{z^{*2}}{4}\right] dz^* = \\
 &= \sqrt{\pi} \frac{\operatorname{erf}\left[-\frac{R_0^*}{2} \left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\beta_h(1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\beta_{h1}(1 - \exp(-2t'))}\right)^{1/2}\right]}{\left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\beta_h(1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\beta_{h1}(1 - \exp(-2t'))}\right)^{1/2}}, \quad (33)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\int_0^{R_0^*} \rho^{*2} \exp\left[-\left(\frac{w}{\beta_h(1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_1}{\beta_{h1}(1 - \exp(-2w_1 t'))}\right) \frac{\rho^{*2}}{4}\right] d\rho^* = \\
 &= 2\sqrt{\pi} \frac{\operatorname{erf}\left[\left(\frac{w}{\beta_h(1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_1}{\beta_{h1}(1 - \exp(-2w_1 t'))}\right)^{1/2} \frac{R_0^*}{2}\right]}{\left(\frac{w}{\beta_h(1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_1}{\beta_{h1}(1 - \exp(-2w_1 t'))}\right)^{3/2}} - \\
 &- 2R_0^* \frac{\exp\left[-\left(\frac{w}{\beta_h(1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_1}{\beta_{h1}(1 - \exp(-2w_1 t'))}\right) \frac{R_0^{*2}}{4}\right]}{\left(\frac{w}{\beta_h(1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_1}{\beta_{h1}(1 - \exp(-2w_1 t'))}\right)}. \quad (34)
 \end{aligned}$$

Интегрирование по угловым переменным в (32) дает

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta \cos\theta Y_{l,m}(\theta, \varphi) Y_{0,0}(\theta, \varphi) = \frac{\delta_{m,0} \delta_{l,1}}{\sqrt{3}}. \quad (35)$$

Интеграл по радиальной координате можно записать в виде

$$\int_0^{R_0^*} dr^* r^* J_{\frac{3}{2}}\left(\frac{\tilde{X}_{1,0}}{R_0^*} r^*\right) J_{\frac{5}{2}}\left(\frac{\tilde{X}_{n,1}}{R_0^*} r^*\right) = \frac{R_0^*}{(\tilde{X}_{1,0}^2 - \tilde{X}_{n,1}^2)} \times$$

$$\times \left[R_0^* \tilde{X}_{n,1} J_{\frac{3}{2}}\left(R_0^* \tilde{X}_{n,1}\right) J_{\frac{3}{2}}\left(R_0^* \tilde{X}_{1,0}\right) - R_0^* \tilde{X}_{1,0} J_{\frac{1}{2}}\left(R_0^* \tilde{X}_{1,0}\right) J_{\frac{5}{2}}\left(R_0^* \tilde{X}_{n,1}\right) \right]. \quad (36)$$

В результате для матричного элемента в (32) получим

$$M_{f\lambda', f\lambda}^{(s)} = i \sqrt{\frac{2\pi\alpha^* I_0}{\omega}} \left(\frac{k(X_{n,1}^2 - \pi^2)}{(\bar{R}_0^* u)^2} - \right.$$

$$\left. - (E_{\lambda h(1,2)} - E_{\lambda h}) + \bar{R}_0^{*2} \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,(0,\pm 1); n', l', m'}|^2 - |V_{1,0,0; n', l', m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n', l'}^2) E_h} \right) \times$$

$$\times \left[2^{-1} \pi^{-3} a_h^6 \beta_h^{\frac{3}{2}} \beta_{h1}^{\frac{3}{2}} w w_1 \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - w\right) \Gamma\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 - w}{2} + \frac{3}{4}\right)} \times \right.$$

$$\times \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - w_1\right) \Gamma\left(\frac{\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 + w_1}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 + w_1}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 - w_1}{2} + \frac{3}{4}\right)} \left[\left(\frac{\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 + w_1}{2} + \frac{1}{4}\right) \times \right.$$

$$\left. \times \left[\Psi\left(\frac{\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 + w_1}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 - w_1}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right] \times$$

$$\times \left[\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{1}{4}\right) \left[\Psi\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 - w}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right]^{-1/2} \times$$

$$\times \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \exp\left[-\left(\beta_h \eta_{\lambda h}^2 - \beta_0 + w + \frac{1}{2}\right)t - \left(\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 - \beta_0 + w_1 + \frac{1}{2}\right)t'\right] dt dt' \times$$

$$\times (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} (1 - e^{-2t'})^{-\frac{1}{2}} (1 - \exp[-2wt])^{-1} (1 - \exp[-2w_1 t'])^{-1} \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \frac{\sqrt{\pi} R_0^*}{\sqrt{3} (\tilde{X}_{1,0}^2 - \tilde{X}_{n,1}^2)} \times \frac{\operatorname{erf} \left[-\frac{R_0^*}{2} \left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\beta_h (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\beta_{h1} (1 - \exp(-2t'))} \right)^{1/2} \right]}{\left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\beta_h (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\beta_{h1} (1 - \exp(-2t'))} \right)^{1/2}} \times \\
 & \times \left\{ \frac{2\sqrt{\pi} \operatorname{erf} \left[\left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_1}{\beta_{h1} (1 - \exp(-2w_1 t'))} \right)^{1/2} \frac{R_0^*}{2} \right]}{\left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_1}{\beta_{h1} (1 - \exp(-2w_1 t'))} \right)^{3/2}} - \right. \\
 & \left. - 2R_0^* \frac{\exp \left[-\left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_1}{\beta_{h1} (1 - \exp(-2w_1 t'))} \right) \frac{R_0^{*2}}{4} \right]}{\left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w^{(0)}}{\beta_{h1} (1 - \exp(-2w_1 t'))} \right)} \right\} \times \\
 & \times \left(R_0^* \tilde{X}_{n,1} J_{\frac{3}{2}} \left(R_0^* \tilde{X}_{n,1} \right) J_{\frac{3}{2}} \left(R_0^* \tilde{X}_{1,0} \right) - R_0^* \tilde{X}_{1,0} J_{\frac{1}{2}} \left(R_0^* \tilde{X}_{1,0} \right) J_{\frac{5}{2}} \left(R_0^* \tilde{X}_{n,1} \right) \right), \quad (37)
 \end{aligned}$$

здесь $\operatorname{erf}(x)$ – функция ошибок.

Будем предполагать, что дисперсия u размеров КТ возникает в процессе фазового распада пересыщенного твердого раствора и удовлетворительно описывается формулой Лифшица – Слезова [5]:

$$P(u) = \begin{cases} \frac{3^4 e u^2 \exp[-1/(1-2u/3)]}{2^{5/3} (u+3)^{7/3} (3/2-u)^{11/3}}, & u < \frac{3}{2}, \\ 0, & u > \frac{3}{2}, \end{cases} \quad (38)$$

где $u = R_0 / \bar{R}_0$, R_0 и \bar{R}_0 – радиус КТ и его среднее значение соответственно; e – основание натурального логарифма.

Коэффициент примесного поглощения света $K_B^{(s)}(\omega)$ при фотовозбуждении примесных комплексов $A^+ + e$ в квазиуменьмерной структуре в магнитном поле с учетом дисперсии радиуса КТ определяется выражением вида

$$K_B^{(s)}(\omega) = \frac{2\pi N_0}{\hbar I_0} \sum_n \int_0^{\frac{3}{2}} du P(u) \left| M_{f\lambda', f\lambda}^{(s)} \right|^2 \delta \left(\frac{\hbar^2 (X_{n,1}^2 - \pi^2)}{2m_e^* (\bar{R}_0 u)^2} - (E_{\lambda h1} - E_{\lambda h}) + \right)$$

$$+R_0^{*2} \sum_{n'l'm'} \left(\frac{|V_{n,1,0;n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2} - \hbar\omega \right), \quad (39)$$

где N_0 – концентрация КТ в диэлектрической матрице; $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака.

В боровских единицах:

$$K_B^{(s)}(X) = \frac{2\pi N_0}{\hbar I_0 E_h} \int_0^{3/2} \sum_n \left| M_{f\lambda', f\lambda}^{(s)} \right|^2 \delta \left(\frac{k(X_{n,1}^2 - \pi^2)}{(\bar{R}_0^* u)^2} - (\eta_{\lambda h 1}^2 - \eta_{\lambda h}^2) - X + \right. \\ \left. + \bar{R}_0^{*2} u^2 \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,0;n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_h} \right) P(u) du. \quad (40)$$

Корни Δ_1 аргумента δ -функции Дирака, удовлетворяющие закону сохранения энергии для оптических переходов электрона, находятся из трансцендентного уравнения:

$$u^4 \bar{R}_0^{*4} \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,0;n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_h} - \\ - u^2 \bar{R}_0^{*2} (\eta_{\lambda h 1}^2 - \eta_{\lambda h}^2 + X) + k(X_{n,1}^2 - \pi^2) = 0. \quad (41)$$

С учетом (41) выражение (40) для коэффициента поглощения $K^s(X)$ запишется в следующем виде:

$$K_B^{(s)}(X) = \frac{2\pi^2 \alpha^* N_0}{E_h^2 \bar{R}_0^* X} \sum_{n=0}^{N_1} P(\Delta_1) \left(k \frac{X_{n,1}^2 - \pi^2}{R_0^{*2} \Delta_1^2} - (\eta_{\lambda h 1}^2 - \eta_{\lambda h}^2) + \right. \\ \left. + \bar{R}_0^{*2} \Delta_1^2 \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,0;n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_h} \right) \times \\ \times \left[2^{-1} \pi^{-3} a_h^6 \bar{\beta}_h^{\frac{3}{2}} \bar{\beta}_{h1}^{\frac{3}{2}} \bar{w} \bar{w}_1 \frac{\Delta_1^{\frac{9}{2}} \Gamma\left(\frac{1}{2} - \bar{w}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} - \bar{w}_1\right) \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_1^{\frac{3}{2}} + \bar{w}}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_1^{\frac{3}{2}} + \bar{w}}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_1^{\frac{3}{2}} - \bar{w}}{2} + \frac{3}{4}\right)} \right]$$

$$\begin{aligned}
 & \times \frac{\Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_{h1}\eta_{\lambda h1}^2 + \bar{w}_1}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\bar{\beta}_{h1}\eta_{\lambda h1}^2 + \bar{w}_1}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_{h1}\eta_{\lambda h1}^2 - \bar{w}_1}{2} + \frac{3}{4}\right)} \left[\left(\frac{\bar{\beta}_{h1}\eta_{\lambda h1}^2 + \bar{w}_1}{2} + \frac{1}{4}\right) \times \right. \\
 & \quad \left. \times \left[\Psi\left(\frac{\bar{\beta}_{h1}\eta_{\lambda h1}^2 + \bar{w}_1}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\bar{\beta}_{h1}\eta_{\lambda h1}^2 - \bar{w}_1}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right] \times \\
 & \times \left[\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_1^{\frac{3}{2}} + \bar{w}}{2} + \frac{1}{4} \right) \left[\Psi\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_1^{\frac{3}{2}} + \bar{w}}{2} + \frac{5}{4} \right) - \Psi\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_1^{\frac{3}{2}} - \bar{w}}{2} + \frac{3}{4} \right) \right] - 1 \right]^{-1} \times \\
 & \times \left\{ \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} dt dt' \exp \left[- \left(\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_1^{\frac{3}{2}} - \bar{\beta}_0 \Delta_1^{-1} + \bar{w} + \frac{1}{2} \right) t - \left(\bar{\beta}_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 - \bar{\beta}_1 \Delta_1^{-1} + \bar{w}_1 + \frac{1}{2} \right) t' \right] \times \right. \\
 & \quad \left. \times (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} (1 - e^{-2t'})^{-\frac{1}{2}} (1 - \exp[-2\bar{w}t])^{-1} (1 - \exp[-2\bar{w}_1 t'])^{-1} \times \right. \\
 & \quad \left. \times \frac{\sqrt{\pi} \bar{R}_0^* \Delta_1}{\sqrt{3} (\tilde{X}_{1,0}^2 - \tilde{X}_{n,1}^2)} \left[\operatorname{erf} \left[-\frac{\bar{R}_0^* \Delta_1}{2} \left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\bar{\beta}_h \Delta_1^2 (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\bar{\beta}_{h1} (1 - \exp(-2t'))} \right) \right]^{1/2} \right] \times \right. \\
 & \quad \left. \left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\bar{\beta}_h \Delta_1^2 (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\bar{\beta}_{h1} (1 - \exp(-2t'))} \right)^{1/2} \right] \times \\
 & \times \left[\frac{\operatorname{erf} \left[\left(\frac{\bar{w}}{\bar{\beta}_h \Delta_1^2 (1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_1}{\bar{\beta}_{h1} (1 - \exp(-2\bar{w}_1 t'))} \right)^{1/2} \frac{\bar{R}_0^* \Delta_1}{2} \right]}{2\sqrt{\pi} \left(\frac{\bar{w}}{\bar{\beta}_h \Delta_1^2 (1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_1}{\bar{\beta}_{h1} (1 - \exp(-2\bar{w}_1 t'))} \right)^{3/2}} \right] - \\
 & \left. - 2\bar{R}_0^* \Delta_1 \frac{\exp \left[- \left(\frac{\bar{w}}{\bar{\beta}_h \Delta_1^2 (1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_1}{\bar{\beta}_{h1} (1 - \exp(-2\bar{w}_1 t'))} \right) \frac{\bar{R}_0^{*2} \Delta_1^2}{4} \right]}{\left(\frac{\bar{w}}{\bar{\beta}_h \Delta_1^2 (1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_1}{\bar{\beta}_{h1} (1 - \exp(-2\bar{w}_1 t'))} \right)} \right] \Bigg\}^2 \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left(\bar{R}_0^* \tilde{X}_{n,1} \Delta_1 J_{\frac{3}{2}} \left(\bar{R}_0^* \tilde{X}_{n,1} \Delta_1 \right) J_{\frac{3}{2}} \left(\bar{R}_0^* \tilde{X}_{1,0} \Delta_1 \right) - \right. \\ & \left. - \bar{R}_0^* \tilde{X}_{1,0} \Delta_1 J_{\frac{1}{2}} \left(\bar{R}_0^* \tilde{X}_{1,0} \Delta_1 \right) J_{\frac{5}{2}} \left(\bar{R}_0^* \tilde{X}_{n,1} \Delta_1 \right) \right) \Bigg)^2, \end{aligned} \quad (42)$$

здесь

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_1 &= \beta_{n,0} e^2 / 4\pi\epsilon_0 \epsilon \bar{R}_0^* a_h E_h; \quad \bar{\beta}_{h1} = \sqrt{3\bar{R}_0^{*3} E_h a_h \pi \epsilon_0 \epsilon / \pi^2 n^2 e^2}; \\ \bar{w}_1 &= \sqrt{1 + \bar{\beta}_{h1}^2 \Delta_1^3 a^{*-4} / 2}, \\ \bar{\beta}_{h1} &= \left[\frac{e^2 X_{n,1}}{5r_{h\min}^{*5} R_0^{*3} \Delta_1^3 E_h a_h \epsilon \left(3X_{n,1} \cos(X_{n,1}) + (X_{n,1}^3 - 3) \sin(X_{n,1}) \right)^2} \times \right. \\ & \times \left(r_{h\min}^{*5} X_{n,1} + 2r_{h\min}^{*5} X_{n,1}^3 - 5R_0^{*2} \Delta_1^2 r_{h\min}^{*3} X_{n,1}^3 - r_{h\min}^{*5} X_{n,1} \cos(2X_{n,1}) + 15r_{h\min}^{*5} \times \right. \\ & \times X_{n,1} R_0^{*2} \Delta_1^2 \left(r_{h\min}^{*2} X_{n,1}^2 - 4R_0^{*2} \Delta_1^2 \right) \times \cos \left(\frac{2r_{h\min}^* X_{n,1}}{R_0^* \Delta_1} \right) - 2r_{h\min}^{*5} X_{n,1}^2 \sin(2X_{n,1}) - \\ & \left. \left. - 45r_{h\min}^{*2} X_{n,1}^2 R_0^{*3} \Delta_1^3 \sin \left(\frac{2r_{h\min}^* X_{n,1}}{R_0^* \Delta_1} \right) + 30R_0^5 \Delta_1^5 \times \sin \left(\frac{2r_{h\min}^* X_{n,1}}{R_0^* \Delta_1} \right) \right) \right]^{-1/2}. \end{aligned}$$

Коэффициент поглощения света при фотовозбуждении комплексов $A^+ + e$ в квазиуменьшенной структуре в случае поперечной по отношению к направлению магнитного поля поляризации света

Для случая, когда $\vec{e}_\lambda \perp \vec{B}$ поперечной поляризации света, эффективный гамильтониан взаимодействия $\hat{H}_{intB}^{(t)}$ с полем световой волны, характеризуемой волновым вектором \vec{q}_t и единичным вектором поляризации $\vec{e}_{\lambda t}$, запишется следующим образом:

$$\hat{H}_{intB}^{(t)} = -i\hbar\lambda_0 \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2\alpha^*}{m^{*2}\omega}} I_0 \exp(i\vec{q}_t \vec{r}) \left((\vec{e}_{\lambda t} \nabla_{\vec{r}}) - \frac{i|e|B}{2\hbar} [\vec{e}_{\lambda t}, \vec{r}]_z \right). \quad (43)$$

В дипольном приближении матричный элемент $M_{f',f}^{(t)}$ рассматриваемых оптических переходов можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$M_{f\lambda',f\lambda}^{(t)} = M_1 + M_2, \quad (44)$$

где

$$M_1 = i\lambda_0 \sqrt{\frac{2\pi\alpha^* I_0}{\omega}} (E_{n,1,\pm 1} - E_{1,0} - (E_{\lambda h 2} - E_{\lambda h})) \times \\ \times \left\langle \Phi_{out}^{(t)}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) | (\vec{e}_{\lambda t}, \vec{r}_e) | \Phi_{in}^{(t)}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) \right\rangle, \quad (45)$$

$$M_2 = -\lambda_0 \sqrt{\frac{2\pi\alpha^* I_0}{\omega}} \times \frac{\hbar\omega_B}{2} \times \left\langle \Phi_{out}^{(t)}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) | [\vec{e}_{\lambda t}, \vec{r}_e]_z | \Phi_{in}^{(t)}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) \right\rangle. \quad (46)$$

Расчет матричных элементов в (45) и (46) приводит к следующим интегралам по угловым переменным:

$$\int_0^\pi d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \sin^2 \theta \cos(\varphi - \vartheta) Y_{00}(\varphi, \theta) Y_{lm}(\varphi, \theta) = \\ = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} (\delta_{m,1} \exp(-i\vartheta) + \delta_{m,-1} \exp(i\vartheta)) \delta_{l,1}, \quad (47)$$

где ϑ – полярный угол единичного вектора поляризации $\vec{e}_{\lambda t}$ в цилиндрической системе координат.

Нетрудно заметить, что дальнейшее интегрирование приводит к уже полученным ранее результатам в (33)–(36). Принимая это во внимание, запишем окончательное выражение для матричного элемента в (44):

$$M_{f',f}^{(t)} = i\lambda_0 \sqrt{\frac{\pi\alpha^* I_0}{3\omega}} \times \frac{R_0^*}{\tilde{X}_{1,0}^2 - \tilde{X}_{n,1}^2} (E_{n,1,\pm 1} - E_{1,0} - (E_{\lambda h 2} - E_{\lambda h}) + \frac{\hbar\omega_B}{2}) \times \\ \times \left[R_0^* \tilde{X}_{n,1} J_{\frac{3}{2}}(R_0^* \tilde{X}_{n,1}) J_{\frac{3}{2}}(R_0^* \tilde{X}_{1,0}) - R_0^* \tilde{X}_{1,0} J_{\frac{1}{2}}(R_0^* \tilde{X}_{1,0}) J_{\frac{5}{2}}(R_0^* \tilde{X}_{n,1}) \right] \times \\ \times \left[2^{-1} \pi^{-3} a_h^6 \beta_h^{\frac{3}{2}} \beta_h'^{\frac{3}{2}} w w_2 \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - w\right) \Gamma\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 - w}{2} + \frac{3}{4}\right)} \times \right. \\ \left. \times \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - w_2\right) \Gamma\left(\frac{\beta_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 + w_2}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\beta_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 + w_2}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\beta_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 w_2}{2} + \frac{3}{4}\right)} \left[\left(\frac{\beta_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 + w_2}{2} + \frac{1}{4}\right) \times \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left[\Psi \left(\frac{\beta_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 + w_2}{2} + \frac{5}{4} \right) - \Psi \left(\frac{\beta_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 - w_2}{2} + \frac{3}{4} \right) \right] - 1 \Big] \times \\
 & \times \left[\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{1}{4} \right) \left[\Psi \left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{5}{4} \right) - \Psi \left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 - w}{2} + \frac{3}{4} \right) \right] - 1 \right]^{-1/2} \times \\
 & \times \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \exp \left[- \left(\beta_h \eta_{\lambda h}^2 - \beta_0 + w + \frac{1}{2} \right) t - \left(\beta_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 - \beta_2 + w_2 + \frac{1}{2} \right) t' \right] dt dt' \times \\
 & \times (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} (1 - e^{-2t'})^{-\frac{1}{2}} (1 - \exp[-2wt])^{-1} (1 - \exp[-2w_2 t'])^{-1} \times \\
 & \times \frac{\operatorname{erf} \left[-\frac{R_0^*}{2} \left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\beta_h (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\beta_{h2} (1 - \exp(-2t'))} \right)^{1/2} \right]}{\left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\beta_h (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\beta_{h2} (1 - \exp(-2t'))} \right)^{1/2}} \times \\
 & \times \left\{ 2\sqrt{\pi} \frac{\operatorname{erf} \left[\left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_2}{\beta_{h2} (1 - \exp(-2w_2 t'))} \right)^{1/2} \frac{R_0^*}{2} \right]}{\left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_2}{\beta_{h2} (1 - \exp(-2w_2 t'))} \right)^{3/2}} - \right. \\
 & \left. - 2R_0^* \frac{\exp \left[- \left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_2}{\beta_{h2} (1 - \exp(-2w_2 t'))} \right) \frac{R_0^{*2}}{4} \right]}{\left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_2}{\beta_{h2} (1 - \exp(-2w_2 t'))} \right)} \right\}. \quad (48)
 \end{aligned}$$

Коэффициент примесного поглощения света при фотовозбуждении примесных комплексов $A^+ + e$ в квазиуменьшенной структуре в магнитном поле $K_B^{(t)}(\omega)$ с учетом дисперсии радиуса КТ определяется формулой (в борровских единицах):

$$K_B^{(t)}(X) = \frac{2\pi N_0}{\hbar I_0 E_h} \int_0^{3/2} \sum_n |M_{f'\lambda', f\lambda}^{(t)}|^2 \delta \left(\frac{k(X_{n,1}^2 - \pi^2)}{(\bar{R}_0^* u)^2} - (\eta_{\lambda h2}^2 - \eta_{\lambda h}^2) - X + \right)$$

$$+\bar{R}_0^{*2}u^2 \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,\pm 1;n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2)E_h} \Big) P(u) du. \quad (49)$$

После интегрирования по u получим

$$K_B^{(t)}(X) = \frac{2^2 \pi^2 N_0 \lambda_0^2 \alpha^* \bar{R}_0^* \Delta_2}{\sqrt{6} E_h^2 X} \int_0^{3/2} \sum_{n=1}^{N_2} \frac{1}{\tilde{X}_{1,0}^2 - \tilde{X}_{n,1}^2} \left(k \frac{X_{n,1}^2 - \pi^2}{\bar{R}_0^{*2} \Delta_2^2} - (\eta_{\lambda h 2}^2 - \eta_{\lambda h}^2) + \right. \\ \left. + \frac{\hbar \omega_B}{2 E_h} + \bar{R}_0^{*2} \Delta_2^2 \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,\pm 1;n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_h} \right) \times \\ \times \left[\bar{R}_0^* \tilde{X}_{n,1} \Delta_2 J_{\frac{3}{2}}(\bar{R}_0^* \Delta_2 \tilde{X}_{n,1}) J_{\frac{3}{2}}(\bar{R}_0^* \Delta_2 \tilde{X}_{1,0}) - \right. \\ \left. - \bar{R}_0^* \Delta_2 \tilde{X}_{1,0} J_{\frac{1}{2}}(\bar{R}_0^* \Delta_2 \tilde{X}_{1,0}) J_{\frac{5}{2}}(\bar{R}_0^* \Delta_2 \tilde{X}_{n,1}) \right]^2 \times \\ \times \left[2^{-1} \pi^{-3} a_h^6 \bar{\beta}_h^{\frac{3}{2}} \bar{\beta}_{h2}^{\frac{3}{2}} \Delta_2^{\frac{9}{4}} \bar{w} \bar{w}_2 \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - \bar{w}\right) \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_2^{\frac{3}{2}} + \bar{w}}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_2^{\frac{3}{2}} + \bar{w}}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_2^{\frac{3}{2}} - \bar{w}}{2} + \frac{3}{4}\right)} \right] \times \\ \times \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - \bar{w}_2\right) \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 + \bar{w}_2}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 + \bar{w}_2}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 - \bar{w}_2}{2} + \frac{3}{4}\right)} \left[\left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 + \bar{w}_2}{2} + \frac{1}{4}\right) \times \right. \\ \left. \times \left[\Psi\left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 + \bar{w}_2}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 - \bar{w}_2}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right] \left[\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_2^{\frac{3}{2}} + \bar{w}}{2} + \frac{1}{4}\right) \times \right. \\ \left. \times \left[\Psi\left(\frac{\bar{\beta}_h \Delta_2^{\frac{3}{2}} \eta_{\lambda h}^2 + \bar{w}_2}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\bar{\beta}_h \Delta_2^{\frac{3}{2}} \eta_{\lambda h}^2 - \bar{w}_2}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right]^{-1} \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left[\Psi \left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 + \bar{w}_2}{2} + \frac{5}{4} \right) - \Psi \left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 - \bar{w}_2}{2} + \frac{3}{4} \right) \right]^{-1} \left[\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_2^{\frac{3}{2}} + \bar{w}_2}{2} + \frac{1}{4} \right) \times \right. \\
 & \quad \times \left. \left[\Psi \left(\frac{\bar{\beta}_h \Delta_2^{\frac{3}{2}} \eta_{\lambda h}^2 + \bar{w}_2}{2} + \frac{5}{4} \right) - \Psi \left(\frac{\bar{\beta}_h \Delta_2^{\frac{3}{2}} \eta_{\lambda h}^2 - \bar{w}_2}{2} + \frac{3}{4} \right) \right]^{-1} \right]^{-1} \times \\
 & \times \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \exp \left[- \left(\bar{\beta}_h \Delta_2^{\frac{3}{2}} \eta_{\lambda h}^2 - \bar{\beta}_0 \Delta_2^{-\frac{1}{2}} + \bar{w} + \frac{1}{2} \right) t - \left(\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 - \bar{\beta}_2 \Delta_2^{-\frac{1}{2}} + \bar{w}_2 + \frac{1}{2} \right) t' \right] dt dt' \times \\
 & \quad \times (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} (1 - e^{-2t'})^{-\frac{1}{2}} (1 - \exp[-2\bar{w}t])^{-1} (1 - \exp[-2\bar{w}_2 t'])^{-1} \times \\
 & \quad \times \frac{\operatorname{erf} \left[-\frac{\bar{R}_0^* \Delta_2}{2} \left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\frac{3}{\bar{\beta}_h \Delta_2^{\frac{3}{2}} (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\bar{\beta}_{h2} (1 - \exp(-2t'))} \right)^{1/2} \right]}{\left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\frac{3}{\bar{\beta}_h \Delta_2^{\frac{3}{2}} (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\bar{\beta}_{h2} (1 - \exp(-2t'))} \right)^{1/2}} \times \\
 & \quad \times \left[\frac{\operatorname{erf} \left[\left(\frac{\bar{w}}{\frac{3}{\bar{\beta}_h \Delta_2^{\frac{3}{2}} (1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_2}{\bar{\beta}_{h2} (1 - \exp(-2\bar{w}_2 t'))} \right)^{1/2} \frac{R_0^* \Delta_2}{2} \right]}{\left(\frac{\bar{w}_2}{\frac{3}{\bar{\beta}_h \Delta_2^{\frac{3}{2}} (1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_2}{\bar{\beta}_{h2} (1 - \exp(-2\bar{w}_2 t'))} \right)^{3/2}} \right]}{2\sqrt{\pi}} \left. \right]^{-1} \times \\
 & \quad \times \left. \left[\frac{\exp \left[- \left(\frac{\bar{w}}{\frac{3}{\bar{\beta}_h \Delta_2^{\frac{3}{2}} (1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_2}{\bar{\beta}_{h2} (1 - \exp(-2\bar{w}_2 t'))} \right) \frac{R_0^* \Delta_2^2}{4} \right]}{\left(\frac{\bar{w}}{\frac{3}{\bar{\beta}_h \Delta_2^{\frac{3}{2}} (1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_2}{\bar{\beta}_{h2} (1 - \exp(-2\bar{w}_2 t'))} \right)} \right]^2 \right]^{-2} \right\}^{-2}, \quad (50)
 \end{aligned}$$

где

$$\bar{w}_2 = \sqrt{1 + \bar{\beta}_{h2}^2 \Delta_2^3 a^{*-4}} / 2; \quad \bar{\beta}_2 = \beta_{n,\pm 1} e^2 / 4\pi\epsilon_0 \epsilon \bar{R}_0^* a_h E_h;$$

$$\bar{\beta}_{h2} = \left(5E_h a_h R_0^* \Delta_2^3 \varepsilon\right)^{\frac{1}{2}} e^{-1} X_{n,1}^{-1} \left(3X_{n,1} \cos(X_{n,1}) + (X_{n,1}^3 - 3) \sin(X_{n,1})\right) \times \\ \times \left(2X_{n,1}^2 (X_{n,1}^2 - 1) - 1 + \cos(2X_{n,1}) + 2X_{n,1} \sin(2X_{n,1})\right)^{-\frac{1}{2}},$$

Δ_2 – корни аргумента δ -функции Дирака, определяемые из трансцендентного уравнения

$$u^4 \bar{R}_0^{*4} \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,\pm 1;n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_h} - \\ - u^2 \bar{R}_0^{*2} (\eta_{\lambda h 2}^2 - \eta_{\lambda h}^2 + X) + k (X_{n,1}^2 - \pi^2) = 0. \quad (51)$$

На рис. 1 представлены кривые спектральной зависимости коэффициентов поглощения света при фотовозбуждении примесных комплексов $A^+ + e$ в квазиульмерной структуре с InSb КТ во внешнем магнитном поле для случая $\vec{e}_\lambda \uparrow \vec{B}$ (кривая 2) и $\vec{e}_\lambda \perp \vec{B}$ (кривая 3). Видно, что в магнитном поле происходит сдвиг края полосы поглощения в коротковолновую область спектра (ср. кривые 1 и 2, 1 и 3), что связано с динамикой уровней Ландау.

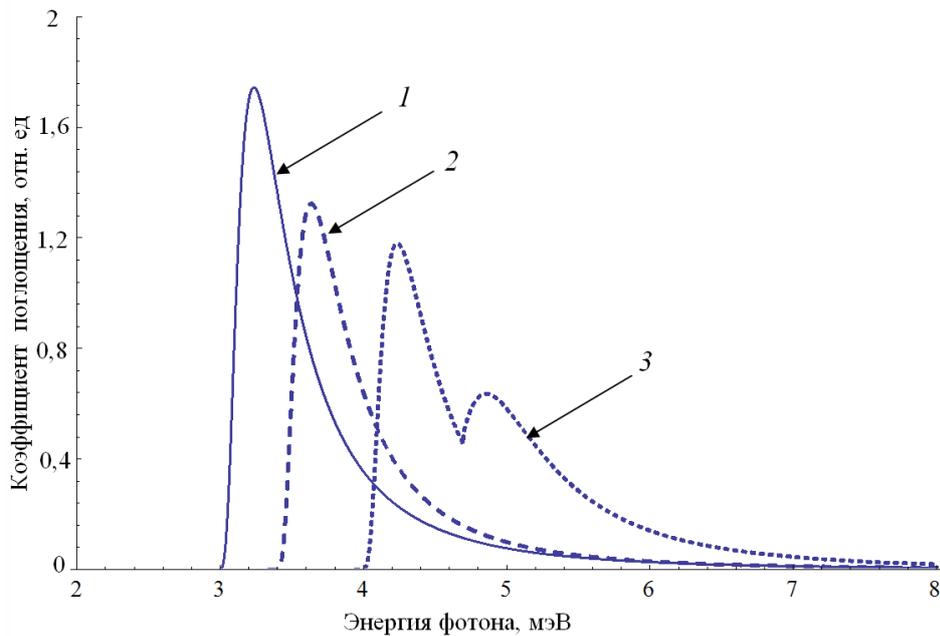


Рис. 1. Спектральная зависимость коэффициента поглощения света (в отн. ед.) при фотовозбуждении примесных комплексов $A^+ + e$ в квазиульмерной структуре с InSb КТ во внешнем магнитном поле при $E_i = 5$ мэВ; $\bar{R}_0 = 50$ нм для различных значений величины B : 1 – $B = 0$; 2, 3 – $B = 5$ Тл (2 – $\vec{e}_\lambda \uparrow \vec{B}$, 3 – $\vec{e}_\lambda \perp \vec{B}$)

В случае, когда $\vec{e}_\lambda \perp \vec{B}$, полоса поглощения расщепляется в дублет Зеемана (ср. кривые 1 и 3) в соответствии с правилами отбора для магнитного квантового числа $m = \pm 1$. Следует ожидать, что указанные особенности спектральных кривых в магнитном поле будут проявляться в спектрах ФДЭ.

Расчет радиационного времени жизни возбужденных электронных состояний

При относительно небольших изменениях диэлектрической проницаемости ϵ ($\Delta\epsilon \leq 3\epsilon$) изменение величины ϵ при фотовозбуждении в дипольном приближении с учетом дисперсии радиуса КТ определяется из следующей формулы (см. также [6]):

$$\Delta\epsilon(\omega) = \frac{4\pi N_0 I_0}{\hbar\omega} \sum_n \int_0^{3/2} \sigma_n(\omega) \tau_n \alpha_n P(u) du, \quad (52)$$

где I_0 – интенсивность излучения; ω – частота падающего света; α_n – поляризуемость возбужденных состояний электрона в КТ; τ_n – время жизни возбужденных электронных состояний; $\sigma_n(\omega)$ – парциальное сечение поглощения фотона КТ с комплексом $A^+ + e$.

Поскольку величина $1/\tau_n$ определяет суммарную вероятность, отнесенную к единице времени, спонтанного испускания фотонов при квантовых переходах электрона из p -состояния (с различными квантовыми числами n) в основное состояние, то в предположении, что система характеризуется только радиационным временем жизни, выражение для τ_n запишется как*

$$\frac{1}{\tau_n} = \varpi, \quad (53)$$

где полная вероятность перехода ϖ определяется выражением вида

$$\varpi = \frac{2\pi}{\hbar} \int \sum_{\sigma} \left| \langle \Phi_{out}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) | \hat{V} | \Phi_{in}(\vec{r}_e, \vec{r}_h) \rangle \right|^2 d\rho(E_{out}), \quad (54)$$

при этом величина $d\rho(E_{out})$ характеризует плотность числа конечных состояний системы и определяется как

$$d\rho(E_{out}) = \frac{V(\tilde{\omega})^2 d\Omega}{(2\pi)^3 \hbar c^3}, \quad (55)$$

где

$$\tilde{\omega} = (E_{in} - E_{out})/\hbar = \left(\hbar^2 (X_{n,1}^2 - \pi^2) / 2m_e^* a_{\hbar}^2 R_0^{*2} - (E_{\lambda h(1,2)} - E_{\lambda h}) \right) +$$

* Детальное описание последовательности расчета $\Delta\epsilon(\omega)$ содержится в работе [1].

$$+\bar{R}_0^{*2} \sum_{n'l'm'} \left(|V_{n,1,(0,\pm 1);n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2 \right) / \left(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2 \right) E_h \Big) / \hbar;$$

$d\Omega$ – бесконечно малый элемент телесного угла, а оператор взаимодействия частицы с электромагнитным полем (в однофотонном приближении) имеет вид

$$\hat{V} = -\frac{e}{m_e c} \hat{A}(\vec{r}) \hat{p}, \quad (56)$$

здесь $\hat{A}(\vec{r})$ – оператор векторного потенциала, определяемый следующей формулой (в кулоновской калибровке)

$$\hat{A}(\vec{r}) = \sum_{k,\sigma} \left(\frac{2\pi\hbar c^2}{V\omega_k} \right)^{1/2} \bar{e}_{k,\sigma} \left(\hat{a}_{k,\sigma} e^{i\vec{k}\vec{r}} + \hat{a}_{k,\sigma}^\dagger e^{-i\vec{k}\vec{r}} \right), \quad (57)$$

$\hat{a}_{k,\sigma}$ и $\hat{a}_{k,\sigma}^\dagger$ – операторы уничтожения и рождения фотона с волновым вектором \vec{k} и поляризацией σ соответственно. В случае дипольного приближения выражение для полной вероятности в борновских единицах с учетом дисперсии размера КТ будет определяться следующим образом:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{4e^2 E_h^3}{3\hbar^4 c^3} \left(\frac{k(X_{n,1}^2 - \pi^2)}{(\bar{R}_0^* u)^2} - (\eta_{\lambda h(1,2)}^2 - \eta_{\lambda h}^2) \bar{R}_0^{*2} \times \right. \\ &\times \left. \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,(0,\pm 1);n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_h} \right)^3 |P_{n,(0,\pm 1)}|^2, \quad (58) \end{aligned}$$

где величина $P_{n,(0,\pm 1)}$ определяется выражением

$$|P_{n,(0,\pm 1)}|^2 = \left\langle \Psi_{\lambda h}^{(0,\pm 1)}(\vec{r}_h) \middle| \Psi_{\lambda h}(\vec{r}_h) \right\rangle^2 \left\langle \Psi_{n,1,(0,\pm 1)}(\vec{r}_e) \middle| \left(\vec{e}_\lambda^{(s,t)}, \vec{r}_e \right) \middle| \Psi_{1,0}(\vec{r}_e) \right\rangle^2, \quad (59)$$

С учетом полученных ранее выражений для матричных элементов (37) и (48) выражения для (59) запишутся для случая, когда $\vec{e}_\lambda \uparrow \uparrow \vec{B}$:

$$|P_{n,0}|^2 = \left[2^{-1} \pi^{-3} a_h^6 \beta_h^{\frac{3}{2}} \beta_{h1}^{\frac{3}{2}} w w_1 \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - w\right) \Gamma\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 - w}{2} + \frac{3}{4}\right)} \right] \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - w_1\right) \Gamma\left(\frac{\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 + w_1}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 + w_1}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 - w_1}{2} + \frac{3}{4}\right)} \left[\left(\frac{\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 + w_1}{2} + \frac{1}{4}\right) \times \right. \\
& \quad \times \left. \left[\Psi\left(\frac{\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 + w_1}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 - w_1}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right] \times \\
& \times \left[\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{1}{4}\right) \left[\Psi\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 - w}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right]^{-1} \times \\
& \times \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \exp\left[-\left(\beta_h \eta_{h\lambda}^2 - \beta_0 + w + \frac{1}{2}\right)t - \left(\beta_{h1} \eta_{\lambda h1}^2 - \beta_0 + w_1 + \frac{1}{2}\right)t'\right] dt dt' \times \\
& \times (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} (1 - e^{-2t'})^{-\frac{1}{2}} (1 - \exp[-2wt])^{-1} (1 - \exp[-2w_1 t'])^{-1} \times \\
& \times \frac{\sqrt{\pi} R_0^*}{\sqrt{3} (\tilde{X}_{1,0}^2 - \tilde{X}_{n,1}^2)} \times \frac{\operatorname{erf}\left[-\frac{R_0^*}{2} \left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\beta_h (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\beta_{h1} (1 - \exp(-2t'))}\right)^{1/2}\right]}{\left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\beta_h (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\beta_{h1} (1 - \exp(-2t'))}\right)^{1/2}} \times \\
& \times \left[2\sqrt{\pi} \frac{\operatorname{erf}\left[\left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_1}{\beta_{h1} (1 - \exp(-2w_1 t'))}\right)^{1/2} \frac{R_0^*}{2}\right]}{\left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_1}{\beta_{h1} (1 - \exp(-2w_1 t'))}\right)^{3/2}} - \right. \\
& \quad \left. - 2R_0^* \frac{\exp\left[-\left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_1}{\beta_{h1} (1 - \exp(-2w_1 t'))}\right) \frac{R_0^{*2}}{4}\right]}{\left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w^{(0)}}{\beta_{h1} (1 - \exp(-2w_1 t'))}\right)} \right] \times \\
& \times \left(R_0^* \tilde{X}_{n,1} J_{\frac{3}{2}}(R_0^* \tilde{X}_{n,1}) J_{\frac{3}{2}}(R_0^* \tilde{X}_{1,0}) - R_0^* \tilde{X}_{1,0} J_{\frac{1}{2}}(R_0^* \tilde{X}_{1,0}) J_{\frac{5}{2}}(R_0^* \tilde{X}_{n,1}) \right)^2, \quad (60)
\end{aligned}$$

и для случая, когда $\vec{e}_\lambda \perp \vec{B}$:

$$\begin{aligned}
 |P_{n,\pm 1}|^2 = & \left[R_0^* \tilde{X}_{n,1} J_{\frac{3}{2}}(R_0^* \tilde{X}_{n,1}) J_{\frac{3}{2}}(R_0^* \tilde{X}_{1,0}) - R_0^* \tilde{X}_{1,0} J_{\frac{1}{2}}(R_0^* \tilde{X}_{1,0}) J_{\frac{5}{2}}(R_0^* \tilde{X}_{n,1}) \right]^2 \times \\
 & \times \left[2^{-1} \pi^{-3} a_h^6 \beta_h^{\frac{3}{2}} \beta_h^{* \frac{3}{2}} w w_2 \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - w\right) \Gamma\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 - w}{2} + \frac{3}{4}\right)} \times \right. \\
 & \times \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - w_2\right) \Gamma\left(\frac{\beta_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 + w_2}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\beta_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 + w_2}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\beta_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 + w_2}{2} + \frac{3}{4}\right)} \left[\left(\frac{\beta_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 + w_2}{2} + \frac{1}{4}\right) \times \right. \\
 & \times \left. \left[\Psi\left(\frac{\beta_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 + w_2}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\beta_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 - w_2}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right] \times \\
 & \times \left. \left[\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{1}{4}\right) \left[\Psi\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 + w}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\beta_h \eta_{h\lambda}^2 - w}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right] \right]^{-1} \times \\
 & \times \left\{ \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \exp\left[-\left(\beta_h \eta_{\lambda h}^2 - \beta_0 + w + \frac{1}{2}\right)t - \left(\beta_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 - \beta_2 + w_2 + \frac{1}{2}\right)t'\right] dt dt' \times \right. \\
 & \times \left. (1 - e^{-2t})^{-1/2} (1 - e^{-2t'})^{-1/2} (1 - \exp[-2wt])^{-1} (1 - \exp[-2w_2 t'])^{-1} \times \right. \\
 & \times \frac{\operatorname{erf}\left[-\frac{R_0^*}{2} \left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\beta_h (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\beta_{h2} (1 - \exp(-2t'))}\right)^{1/2}\right]}{\left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\beta_h (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\beta_{h2} (1 - \exp(-2t'))}\right)^{1/2}} \times \\
 & \times \left. \frac{\operatorname{erf}\left[\left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_2}{\beta_{h2} (1 - \exp(-2w_2 t'))}\right)^{1/2} \frac{R_0^*}{2}\right]}{2\sqrt{\pi} \left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_2}{\beta_{h2} (1 - \exp(-2w_2 t'))}\right)^{3/2}} \right\}
 \end{aligned}$$

$$-2R_0^* \frac{\exp \left[- \left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_2}{\beta_{h2} (1 - \exp(-2w_2 t'))} \right) \frac{R_0^{*2}}{4} \right]}{\left(\frac{w}{\beta_h (1 - \exp(-2wt))} + \frac{w_2}{\beta_{h2} (1 - \exp(-2w_2 t'))} \right)} \Bigg]^2. \quad (61)$$

Соответственно для времени жизни электрона на возбужденном уровне с учетом дисперсии радиуса КТ получим следующее выражение:

$$\tau_n = \left(k (X_{n,1}^2 - \pi^2) / (\bar{R}_0^* u)^2 - (\eta_{\lambda h(1,2)}^2 - \eta_{\lambda h}^2) \bar{R}_0^{*2} \times \right. \\ \left. \times \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,(0,\pm 1);n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_h} \right)^{-3} \frac{3\hbar^4 c^3}{4e^2 E_h^3 |P_{n,(0,\pm 1)}|^2}. \quad (62)$$

**Поляризационная зависимость фотодиэлектрического эффекта
в квазиульмерной структуре с примесными комплексами $A^+ + e$
во внешнем магнитном поле**

Поляризуемость α_n электронных состояний в КТ с комплексом $A^+ + e$ определяется выражением вида (в боровских единицах):

$$\alpha_n = \frac{4a_h^3}{E_h} \left(\frac{k (X_{n,1}^2 - \pi^2)}{(\bar{R}_0^* u)^2} - (\eta_{\lambda h(1,2)}^2 - \eta_{\lambda h}^2) + \bar{R}_0^{*2} \times \right. \\ \left. \times \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,(0,\pm 1);n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_h} \right)^{-1} |P_{n,(0,\pm 1)}|^2. \quad (63)$$

Парциальные сечения поглощения фотонов КТ с комплексом $A^+ + e$ можно записать в виде (в боровских единицах):

$$\sigma_n(X) = \frac{2\pi}{\hbar I_0} \left| M_{f'\lambda',f\lambda}^{(s,t)} \right|^2 \delta \left(\frac{k (X_{n,1}^2 - \pi^2)}{(\bar{R}_0^* u)^2} - (\eta_{\lambda h(1,2)}^2 - \eta_{\lambda h}^2) - X + \right. \\ \left. + \bar{R}_0^{*2} u^2 \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,(0,\pm 1);n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_h} \right), \quad (64)$$

где $M_{f\lambda', f\lambda}^{(s,t)}$ определяется формулами (37) и (48) для случаев $\vec{e}_\lambda \uparrow \uparrow \vec{B}$ и $\vec{e}_\lambda \perp \vec{B}$ соответственно.

Таким образом, выражение (52) примет вид

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon(X) = & \frac{12N_0 I_0 \pi^2 \hbar^4 c^3 a_h^5 \alpha^*}{e^2 E_h^5} \sum_{n=1}^M \int_0^{3/2} du \frac{|P_{n,(0,\pm 1)}(\bar{R}_0^* u)|^2 P(u)}{X^2} \times \\ & \times \left(\frac{k(X_{n,1}^2 - \pi^2)}{(\bar{R}_0^* u)^2} - (\eta_{\lambda h(1,2)}^2 - \eta_{\lambda h}^2) + \bar{R}_0^{*2} \times \right. \\ & \times \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,(0,\pm 1);n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_h} \left. \right)^{-2} \times \\ & \times \delta \left(\frac{k(X_{n,1}^2 - \pi^2)}{(\bar{R}_0^* u)^2} - (\eta_{\lambda h(1,2)}^2 - \eta_{\lambda h}^2) + \bar{R}_0^{*2} \times \right. \\ & \times \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,(0,\pm 1);n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_h} \left. \right). \end{aligned} \quad (65)$$

Корни $\Delta_{1,2}$ аргумента δ -функции Дирака, удовлетворяющие закону сохранения энергии, находятся из уравнений (41) и (51). Выполнив интегрирование по переменной u , окончательно получим выражения, определяющие спектральную зависимость $\Delta\varepsilon$ для случая, когда $\vec{e}_\lambda \perp \vec{B}$:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon^{(s)}(X) = & \frac{12N_0 I_0 \pi^2 \hbar^4 c^3 a_h^5 \alpha^*}{e^2 E_h^5 X^2} \sum_{n=1}^{N_1} P(\Delta_1) \times \\ & \times \left(\frac{k(X_{n,1}^2 - \pi^2)}{(\bar{R}_0^* \Delta_1)^2} - (\eta_{\lambda h1}^2 - \eta_{\lambda h}^2) + \bar{R}_0^{*2} \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,0;n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_h} \right)^{-2} \times \\ & \times \left[2^{-1} \pi^{-3} a_h^6 \bar{\beta}_h^{\frac{3}{2}} \bar{\beta}_{h1}^{\frac{3}{2}} \bar{w} \bar{w}_1 \frac{\Delta_1^{\frac{9}{2}} \Gamma\left(\frac{1}{2} - \bar{w}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} - \bar{w}_1\right) \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_1^{3/2} + \bar{w}}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_1^{3/2} + \bar{w}}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_1^{3/2} - \bar{w}}{2} + \frac{3}{4}\right)} \right] \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \frac{\Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_{h1}\eta_{\lambda h1}^2 + \bar{w}_1}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\bar{\beta}_{h1}\eta_{\lambda h1}^2 + \bar{w}_1}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_{h1}\eta_{\lambda h1}^2 - \bar{w}_1}{2} + \frac{3}{4}\right)} \left[\left(\frac{\bar{\beta}_{h1}\eta_{\lambda h1}^2 + \bar{w}_1}{2} + \frac{1}{4}\right) \times \right. \\
 & \quad \left. \times \left[\Psi\left(\frac{\bar{\beta}_{h1}\eta_{\lambda h1}^2 + \bar{w}_1}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\bar{\beta}_{h1}\eta_{\lambda h1}^2 - \bar{w}_1}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right] \times \\
 & \times \left[\left(\frac{\bar{\beta}_h\eta_{\lambda h}\Delta_1^{\frac{3}{2}} + \bar{w}}{2} + \frac{1}{4}\right) \left[\Psi\left(\frac{\bar{\beta}_h\eta_{\lambda h}\Delta_1^{\frac{3}{2}} + \bar{w}}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\bar{\beta}_h\eta_{\lambda h}\Delta_1^{\frac{3}{2}} - \bar{w}}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right]^{-1} \times \\
 & \times \left[\int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} dt dt' \exp \left[- \left(\bar{\beta}_h\eta_{\lambda h}\Delta_1^{\frac{3}{2}} - \bar{\beta}_0\Delta_1^{-1} + \bar{w} + \frac{1}{2} \right) t - \left(\bar{\beta}_{h1}\eta_{\lambda h1}^2 - \bar{\beta}_1\Delta_1^{-1} + \bar{w}_1 + \frac{1}{2} \right) t' \right] \times \right. \\
 & \quad \left. \times (1 - e^{-2t})^{-\frac{1}{2}} (1 - e^{-2t'})^{-\frac{1}{2}} (1 - \exp[-2\bar{w}t])^{-1} (1 - \exp[-2\bar{w}_1 t'])^{-1} \times \right. \\
 & \quad \left. \times \frac{\operatorname{erf} \left[-\frac{\bar{R}_0^*\Delta_1}{2} \left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\bar{\beta}_h\Delta_1^{\frac{3}{2}}(1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\bar{\beta}_{h1}(1 - \exp(-2t'))} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}{\sqrt{3}(\tilde{X}_{1,0}^2 - \tilde{X}_{n,1}^2)} \right. \\
 & \quad \left. \left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\bar{\beta}_h\Delta_1^{\frac{3}{2}}(1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\bar{\beta}_{h1}(1 - \exp(-2t'))} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \times \\
 & \times \left\{ 2\sqrt{\pi} \frac{\operatorname{erf} \left[\left(\frac{\bar{w}}{\bar{\beta}_h\Delta_1^{3/2}(1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_1}{\bar{\beta}_{h1}(1 - \exp(-2\bar{w}_1 t'))} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\bar{R}_0^*\Delta_1}{2} \right]}{\left(\frac{\bar{w}}{\bar{\beta}_h\Delta_1^{3/2}(1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_1}{\bar{\beta}_{h1}(1 - \exp(-2\bar{w}_1 t'))} \right)^{\frac{3}{2}}} - \right. \\
 & \quad \left. - 2\bar{R}_0^*\Delta_1 \frac{\exp \left[- \left(\frac{\bar{w}}{\bar{\beta}_h\Delta_1^{3/2}(1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_1}{\bar{\beta}_{h1}(1 - \exp(-2\bar{w}_1 t'))} \right) \frac{\bar{R}_0^*\Delta_1^2}{4} \right]}{\left(\frac{\bar{w}}{\bar{\beta}_h\Delta_1^{3/2}(1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_1}{\bar{\beta}_{h1}(1 - \exp(-2\bar{w}_1 t'))} \right)} \right\} \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \left(\bar{R}_0^* \tilde{X}_{n,1} \Delta_1 J_{\frac{3}{2}} \left(\bar{R}_0^* \tilde{X}_{n,1} \Delta_1 \right) J_{\frac{3}{2}} \left(\bar{R}_0^* \tilde{X}_{1,0} \Delta_1 \right) - \right. \\ & \left. - \bar{R}_0^* \tilde{X}_{1,0} \Delta_1 J_{\frac{1}{2}} \left(\bar{R}_0^* \tilde{X}_{1,0} \Delta_1 \right) J_{\frac{5}{2}} \left(\bar{R}_0^* \tilde{X}_{n,1} \Delta_1 \right) \right)^2, \end{aligned} \quad (66)$$

и случая, когда $\bar{e}_\lambda \perp \bar{B}$:

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon^{(t)}(X) &= \frac{12 N_0 I_0 \pi^2 \hbar^4 c^3 a_h^5 \alpha^*}{e^2 E_h^5 X^2} \sum_{n=1}^{N_2} P(\Delta_2) \times \\ & \times \left(\frac{k(X_{n,1}^2 - \pi^2)}{(\bar{R}_0^* \Delta_2)^2} - (\eta_{\lambda h 2}^2 - \eta_{\lambda h}^2) + \bar{R}_0^{*2} \sum_{n'l'm'} \frac{|V_{n,1,\pm 1;n',l',m'}|^2 - |V_{1,0,0;n',l',m'}|^2}{(\pi^2 - \tilde{X}_{n',l'}^2) E_h} \right)^{-2} \times \\ & \times \left[\bar{R}_0^* \tilde{X}_{n,1} \Delta_2 J_{\frac{3}{2}} \left(\bar{R}_0^* \Delta_2 \tilde{X}_{n,1} \right) J_{\frac{3}{2}} \left(\bar{R}_0^* \Delta_2 \tilde{X}_{1,0} \right) - \right. \\ & \left. - \bar{R}_0^* \Delta_2 \tilde{X}_{1,0} J_{\frac{1}{2}} \left(\bar{R}_0^* \Delta_2 \tilde{X}_{1,0} \right) J_{\frac{5}{2}} \left(\bar{R}_0^* \Delta_2 \tilde{X}_{n,1} \right) \right]^2 \times \\ & \times \left[2^{-1} \pi^{-3} a_h^6 \bar{\beta}_h^2 \bar{\beta}_{h2}^2 \Delta_2^4 \bar{w} \bar{w}_2 \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - \bar{w}\right) \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_2^{3/2} + \bar{w}}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_2^{3/2} + \bar{w}}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_2^{3/2} - \bar{w}}{2} + \frac{3}{4}\right)} \right] \times \\ & \times \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} - \bar{w}_2\right) \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 + \bar{w}_2}{2} + \frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 + \bar{w}_2}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \Gamma\left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 - \bar{w}_2}{2} + \frac{3}{4}\right)} \left[\left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 + \bar{w}_2}{2} + \frac{1}{4}\right) \times \right. \\ & \left. \times \left[\Psi\left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 + \bar{w}_2}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h 2}^2 - \bar{w}_2}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right] \left[\left(\frac{\bar{\beta}_h \eta_{\lambda h}^2 \Delta_2^{3/2} + \bar{w}_2}{2} + \frac{1}{4}\right) \times \right. \\ & \left. \times \left[\Psi\left(\frac{\bar{\beta}_h \Delta_2^{3/2} \eta_{\lambda h}^2 + \bar{w}_2}{2} + \frac{5}{4}\right) - \Psi\left(\frac{\bar{\beta}_h \Delta_2^{3/2} \eta_{\lambda h}^2 - \bar{w}_2}{2} + \frac{3}{4}\right) \right] - 1 \right]^{-1} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left\{ \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \exp \left[- \left(\bar{\beta}_h \Delta_2^2 \eta_{\lambda h}^2 - \bar{\beta}_0 \Delta_2^{-\frac{1}{2}} + \bar{w} + \frac{1}{2} \right) t - \left(\bar{\beta}_{h2} \eta_{\lambda h2}^2 - \bar{\beta}_2 \Delta_2^{-\frac{1}{2}} + \bar{w}_2 + \frac{1}{2} \right) t' \right] dt dt' \times \right. \\
 & \quad \times \left(1 - e^{-2t} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(1 - e^{-2t'} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(1 - \exp[-2\bar{w}t] \right)^{-1} \left(1 - \exp[-2\bar{w}_2 t'] \right)^{-1} \times \\
 & \quad \times \frac{\operatorname{erf} \left[-\frac{\bar{R}_0^* \Delta_2}{2} \left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\bar{\beta}_h \Delta_2^2 (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\bar{\beta}_{h2} (1 - \exp(-2t'))} \right)^{1/2} \right]}{\left(\frac{1 + \exp(-2t)}{\bar{\beta}_h \Delta_2^2 (1 - \exp(-2t))} + \frac{1 + \exp(-2t')}{\bar{\beta}_{h2} (1 - \exp(-2t'))} \right)^{1/2}} \times \\
 & \quad \times \left[2\sqrt{\pi} \frac{\operatorname{erf} \left[\left(\frac{\bar{w}}{\bar{\beta}_h \Delta_2^{3/2} (1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_2}{\bar{\beta}_{h2} (1 - \exp(-2\bar{w}_2 t'))} \right)^{1/2} \frac{\bar{R}_0^* \Delta_2}{2} \right]}{\left(\frac{\bar{w}_2}{\bar{\beta}_h \Delta_2^{3/2} (1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_2}{\bar{\beta}_{h2} (1 - \exp(-2\bar{w}_2 t'))} \right)^{3/2}} \right] - \\
 & \quad \left. - 2\bar{R}_0^* \Delta_2 \frac{\exp \left[- \left(\frac{\bar{w}}{\bar{\beta}_h \Delta_2^2 (1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_2}{\bar{\beta}_{h2} (1 - \exp(-2\bar{w}_2 t'))} \right) \frac{\bar{R}_0^{*2} \Delta_2^2}{4} \right]}{\left(\frac{\bar{w}}{\bar{\beta}_h \Delta_2^2 (1 - \exp(-2\bar{w}t))} + \frac{\bar{w}_2}{\bar{\beta}_{h2} (1 - \exp(-2\bar{w}_2 t'))} \right)} \right\}^2. \quad (67)
 \end{aligned}$$

На рис. 2 представлена зависимость относительного изменения диэлектрической проницаемости (ОИДП) квазиульмерной структуры с InSb КТ от величины внешнего магнитного поля для случаев $\vec{e}_\lambda \uparrow \uparrow \vec{B}$ (рис. 2,а) и $\vec{e}_\lambda \perp \vec{B}$ (рис. 2,б). Сравнение кривых на рис. 2,а и рис. 2,б позволяет выявить дихроизм ФДЭ, связанный как с нарушением центральной симметрии основного состояния электронного адиабатического потенциала, так и с наличием внешнего магнитного поля. Из сравнения кривых 1 и 2 на рис. 2,а и кривых 3 и 4 на рис. 2,б видно, что магнитное поле подавляет ФДЭ, что связано с усилением локализации электронной волновой функции в магнитном поле, а также с модификацией электронного адиабатического потенциала.

Заключение

В модели потенциала нулевого радиуса в адиабатическом приближении исследовано влияние внешнего магнитного поля на ФДЭ, связанный с возбуждением примесных комплексов $A^+ + e$ в квазиульмерной структуре.

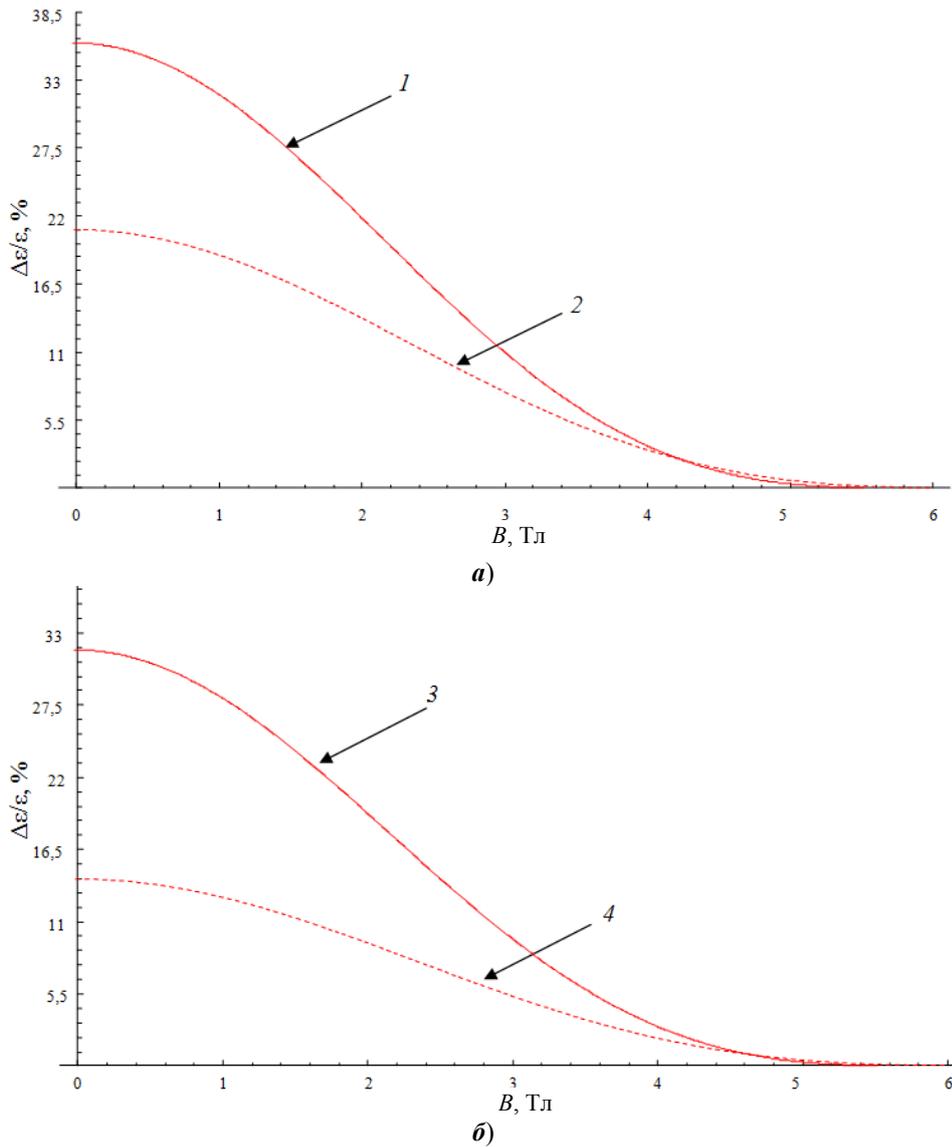


Рис. 2. Зависимость относительного изменения диэлектрической проницаемости квазиульмерной структуры с InSb КТ от величины внешнего магнитного поля: **а** – для случая $\vec{e}_\lambda \uparrow \uparrow \vec{B}$; **б** – для случая $\vec{e}_\lambda \perp \vec{B}$ при $E_i = 2,5$ мэВ; $\hbar\omega = 1$ мэВ для различных значений среднего радиуса КТ: 1, 3 – $\bar{R}_0 = 75$ нм; 2, 4 – $\bar{R}_0 = 55$ нм

Показано, что в магнитном поле возможно эффективное управление ФДЭ за счет модификации электронного адиабатического потенциала и электронной волновой функции.

Список литературы

1. **Кревчик, В. Д.** Фотодиэлектрический эффект, связанный с возбуждением комплекса $A^+ + e$ в квазиульмерных структурах / В. Д. Кревчик, А. В. Левашов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2007. – № 3. – С. 77–92.

2. **Екимов, А. И.** Квантование энергетического спектра дырок в адиабатическом потенциале электрона / А. И. Екимов, А. А. Онущенко, Ал. Л. Эфрос // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1986. – Т. 43, № 6. – С. 292–294.
3. **Кревчик, В. Д.** Влияние магнитного поля на рекомбинационное излучение, связанное с A^+ -центрами в квантовых точках / В. Д. Кревчик, А. В. Разумов, П. С. Будянский // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2015. – № 3 (35). – С. 125–143.
4. **Градштейн, И. С.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – М.: Физматгиз, 1962. – С. 1100.
5. **Лифшиц, И. М.** О кинетике диффузионного распада пересыщенных твердых растворов / И. М. Лифшиц, В. В. Слезов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1958. – Т. 35, № 2 (8). – С. 479–492.
6. Известия Академии наук СССР. Сер. физическая. – 1978. – Т. 42, № 6. – С. 1206.

References

1. Krevchik V. D., Levashov A. V. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* [University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences]. 2007, no. 3, pp. 77–92.
2. Ekimov A. I., Onushchenko A. A., Efros Al. L. *Pis'ma v Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Letters to the Journal of experimental and theoretical physics]. 1986, vol. 43, no. 6, pp. 292–294.
3. Krevchik V. D., Razumov A. V., Budyanskiy P. S. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki* [University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences]. 2015, no. 3 (35), pp. 125–143.
4. Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M. *Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedeniy* [Tables of integrals, sums, series and products]. Moscow: Fizmatgiz, 1962, p. 1100.
5. Lifshits I. M., Slezov V. V. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Journal of experimental and theoretical physics]. 1958, vol. 35, no. 2 (8), pp. 479–492.
6. *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Ser. fizicheskaya* [Proceedings of the USSR Academy of Sciences. Series: physics]. 1978, vol. 42, no. 6, p. 1206.

Кревчик Владимир Дмитриевич

доктор физико-математических наук,
профессор, декан факультета
приборостроения, информационных
технологий и электроники, Пензенский
государственный университет (Россия,
г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

Krevchik Vladimir Dmitrievich

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, dean of the faculty
of instrument engineering, information
technology and electronics, Penza
State University (40 Krasnaya street,
Penza, Russia)

Разумов Алексей Викторович

кандидат физико-математических наук,
доцент, кафедра общей физики
и методики обучения физике,
Пензенский государственный
университет (Россия, г. Пенза,
ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

Razumov Aleksey Viktorovich

Candidate of physical and mathematical
sciences, associate professor,
sub-department of general
physics and physics teaching technique,
Penza State University (40 Krasnaya
street, Penza, Russia)

Будянский Павел Сергеевич

аспирант, Пензенский государственный
университет (Россия, г. Пенза,
ул. Красная, 40)

E-mail: physics@pnzgu.ru

Budyanskiy Pavel Sergeevich

Postgraduate student, Penza State
University (40 Krasnaya street,
Penza, Russia)

УДК 539.23; 539.216.1

Кревчик, В. Д.

Особенности фотодиэлектрического эффекта, связанного с возбуждением примесных комплексов $A^+ + e$ в квазиульмерных структурах во внешнем магнитного поле / В. Д. Кревчик, А. В. Разумов, П. С. Будянский // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2015. – № 4 (36). – С. 111–144.